



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**ANALÝZA CHOVÁNÍ MODELU VIBRAČNÍHO
GENERÁTORU S VÍCE STUPNI VOLNOSTI**

ANALYSIS OF MODEL OPERATION OF MULTI-DEGREE-OF-FREEDOM ENERGY HARVESTER

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Tomáš Witassek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

BRNO 2020

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Tomáš Witassek**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Mechatronika
Vedoucí práce: **doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.**
Akademický rok: 2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Analýza chování modelu vibračního generátoru s více stupni volnosti

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

U vibračních generátorů pro autonomní napájení internetu věcí se intenzivně zkoumá efekt rozšíření frekvenčního provozního pásma. Úkolem práce je zpracovat model nelineárního vibračního "energy harvesting" s více stupni volnosti, které by se vzájemně ovlivňovaly, a analyzovat jeho odezvy pro různé typy budicího zatížení, především kinematické buzení vibracemi.

Cíle bakalářské práce:

- 1) Rešerše vibračních generátorů s více stupni volnosti.
- 2) Model mechanického rezonátoru s více stupni volnosti a se vzájemnou vazbou.
- 3) Implementace elektromechanické přeměny do modelu.
- 4) Analýza odezvy pro různé charakterity kinematického buzení a vyhodnocení výstupního elektrického výkonu.

Seznam doporučené literatury:

SCHIEHLEN, W., 1997. Multibody System Dynamics: Roots and Perspectives. Multibody System Dynamics. 1(2), 149–188.

PRIYA, S. a D. J. INMAN, ed., 2009. Energy Harvesting Technologies [online]. Boston, MA: Springer US.

BATRA, A. K. a A. ALOMARI, 2017. Power Harvesting via Smart Materials. B.m.: SPIE.

RUBES, O., M. BRABLC a Z. HADAS, 2019. Nonlinear vibration energy harvester: Design and oscillating stability analyses. Mechanical Systems and Signal Processing. 125, 170–184.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Na začátku této bakalářské práce je řešerše vibračních generátorů s více stupni volnosti. V řešerši jsou uvedeny různé možnosti rozšíření užitečného frekvenčního pásma pomocí zvýšení stupňů volnosti. Dále je analyzováno chování jednoho vibračního generátoru se sinusovým buzením a jednoho s reálným buzením s využitím počítačového modelu v Matlab & Simulink. Především je kladen důraz na výstupní elektrický výkon a energii v závislosti na různých geometrických parametrech a elektromagnetickém tlumení.

Summary

The first part of this bachelor's thesis is an overview of vibration energy harvester with multiple degrees of freedom. Several options of broadening the usefull frequency bandwidth thanks to multiple degrees of freedom are described in the overview. The following part is a model in Matlab & Simulink analyzing behaviour of a vibration-powered generator with a harmonic excitation and another one with a real excitation. The main focus is on the output electrical power and energy in relation to geometrical parameters and electromagnetic damping.

Klíčová slova

energy harvesting, vibrační generátor, více stupňů volnosti, Matlab & Simulink, závěrečná práce, VUT v Brně

Keywords

energy harvesting, vibration-powered generator, multiple degrees of freedom, Matlab & Simulink, bachelor's thesis, Brno University of Technology

T. WITASSEK *Analýza chování modelu vibračního generátoru s více stupni volnosti*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2020. 45 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně pod vedením vedoucího práce a v seznamu jsem uvedl všechny použité zdroje.

Tomáš Witassek

Děkuji všem, kteří mi pomohli k vypracování této bakalářské práce. Především pak vedoucímu práce panu doc. Ing. Zdeňku Hadašovi, Ph.D.

Tomáš Witassek

Obsah

1	Úvod	2
2	Vibrační generátory s více stupni volnosti	3
2.1	Vibrační generátory	3
2.2	Rozšíření vibračních generátorů na více stupňů volnosti	3
2.3	Piezoelektrický vibrační generátor s více stupni volnosti	5
2.4	Piezoelektrický vibrační generátor s více stupni volnosti s výraznou nelinearitou	6
2.5	Elektromagnetický vibrační generátor s více stupni volnosti	6
2.6	Elektromagnetický vibrační generátor s více stupni volnosti s výraznou nelinearitou	8
2.7	Vibrační generátor s kombinací piezoelektrického jevu a elektromagnetické indukce	8
3	Model vibračního generátoru se dvěma stupni volnosti	10
3.1	Pohybové rovnice a stanovení parametrů systému	10
3.2	Zavedení elektromagnetické indukce do modelu	13
4	Vibrační generátor s více stupni volnosti s reálným buzením	18
4.1	Pohybové rovnice a stanovení parametrů systému	18
4.2	Zavedení elektromagnetické indukce do modelu	20
4.3	Buzení experimentálními daty	23
4.3.1	Buzení daty Vib_a	23
4.3.2	Úprava parametrů při buzení Vib_a	25
4.3.3	Jiná možnost změny parametrů při buzení Vib_a	27
4.3.4	Buzení daty Vib_b	29
4.3.5	Úprava parametrů při buzení Vib_b	31
4.3.6	Jiná možnost změny parametrů při buzení Vib_b	33
4.3.7	Buzení daty Vib_c	35
4.3.8	Úprava parametrů při buzení Vib_c	37
4.3.9	Jiná možnost změny parametrů při buzení Vib_c	39
5	Závěr	42
6	Seznam použitých zkratk a symbolů	44

1. Úvod

Vibrace se vyskytují u téměř každého pohybu. Získávání energie z vibrací je jednou z mnoha alternativních možností jak získávat elektrickou energii šetrně k přírodě. Tento přístup získávání elektrické energie má díky tomu velký potenciál v mnoha aplikacích jako je napájení nízkofrekvenční elektroniky, autonomních sensorů, medicíně atd.

Zařízení pro přeměnu mechanické energie vibrací na elektrickou energii se nazývá vibrační generátor. K přeměně mechanické energie vibrací na elektrickou energii využívá elektromagnetické indukce na cívce, vůči které se díky okolním vibracím rozpohybuje permanentní magnet. Dalším často využívaným způsobem je piezoelektrický jev, který lze pozorovat na některých materiálech. Tento jev spočívá v přeměně mechanické deformace materiálu na elektrické napětí.

Největší problém vibračních generátorů je, že většina pracuje při pouze jedné rezonanční frekvenci. Buzení pak musí mít stejnou frekvenci jako je rezonanční frekvence zařízení, aby byla generovaná elektrická energie co největší. U vibrací se tento předpoklad jen těžko splňuje, jelikož vibrace mívají velmi chaotickou povahu. Kompenzování této nevýhody a rozšíření užitečného frekvenčního pásma generátoru bývá hlavní cíl při návrhu vibračního generátoru.

Zařízení s více stupni volnosti má více rezonančních frekvencí a tím pádem je schopno pracovat na širším frekvenčním pásmu. Cílem této bakalářské práce je prozkoumat různé možnosti jak více stupňů volnosti může pozitivně ovlivnit generovanou elektrickou energii.

2. Vibrační generátory s více stupni volnosti

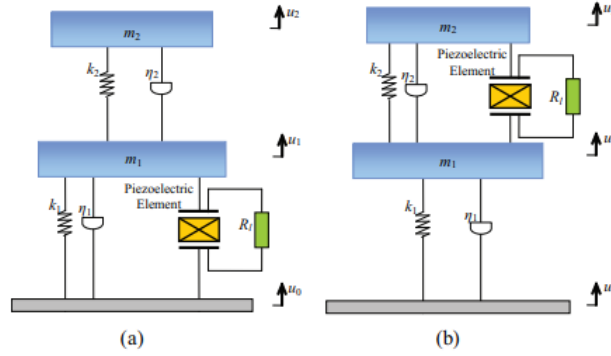
2.1. Vibrační generátory

U vibračních generátorů se hledají způsoby rozšíření pásma rezonanční frekvence. Vibrační generátor s jedním stupněm volnosti je schopen získávat energii pouze v jednom pásmu frekvencí, což omezuje jeho využitelnost. Více stupňů volnosti znamená zvýšení výkonu, protože pro každý stupeň volnosti náleží právě jedno frekvenční pásmo. Jelikož vibrace mají v sobě více frekvencí, tak zařízení, které je schopno pracovat na širším frekvenčním pásmu nebo na více frekvencích má velkou výhodu oproti klasickému vibračnímu generátoru, pracujícímu na jednom užším frekvenčním pásmu [1].

K přeměně mechanické energie vibrací na elektrickou se u vibračních generátorů dá využít piezoelektrického jevu. Některé nevodivé materiály s krystalickou mřížkou bez středu symetrie mají piezoelektrické vlastnosti. Můžou to být kompozity (MFC - „macro-fiber composite“), polymery (PVDF - polyvinylidfluoretylen) nebo keramika (PZT - zirkoničitan titaničitan olovnatý). Při mechanické deformaci, např. vlivem vibrací, se opačně nabitě ionty v jejich krystalové mřížce posunou a tím vznikne elektrický potenciál. Na elektrody článku se pak dá připojit elektrický obvod napájený napětím piezoelektrického článku. Tyto generátory jsou spolehlivé a mají dobrou účinnost přeměny energie. Další způsob přeměny energie je klasická elektromagnetická indukce. Pokud se permanentní magnet pohybuje vzhledem k cívkce, v cívkce se indukuje elektromotorické napětí úměrné změně magnetického pole v čase způsobené pohybem magnetu. Mechanická energie soustavy z vibrací se takto přeměňuje na elektrickou energii. Magnetické pole do mechanické soustavy vnáší tlumení, které je v mechanických diagramech takových systémů reprezentováno jako mechanický tlumič [2].

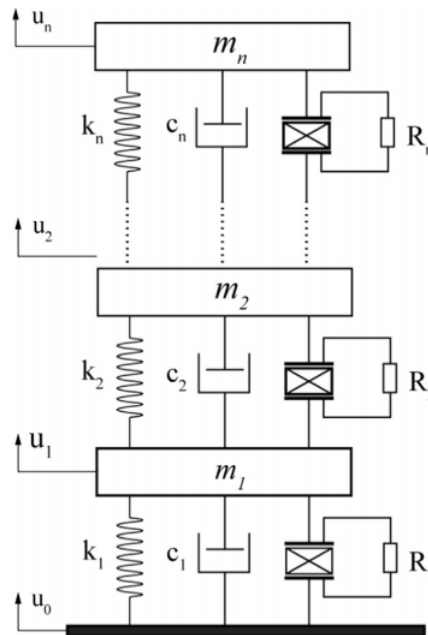
2.2. Rozšíření vibračních generátorů na více stupňů volnosti

S více stupni volnosti vzniká více možností umístění piezoelektrického článku nebo permanentního magnetu s cívkou. Na obrázku 2.1 jsou dvě podobná provedení modelu se dvěma stupni volnosti s piezoelektrickým článkem. Z toho vyplývá, že se zde budou vyskytovat dvě rezonanční frekvence. Pro zvýšení výkonu je vhodné dimenzovat parametry systému tak, aby byly rezonanční frekvence blízko sebe. Varianta (a) by měla bez m_2 jeden stupeň volnosti a piezoelektrický článek má umístěný mezi základnou a přidanou hmotností m_2 , která je podstatně menší než m_1 . Varianta (b) ho má mezi m_1 a m_2 . Ukázalo se, že výkon, který produkuje varianta (a) při vhodném nastavení, je větší než generátor s pouze jedním stupněm volnosti. U varianty (b) se zjistilo, že celková hmotnost systému naroste po nastavení rezonančních frekvencí blízko sebe mnohem výrazněji. Větší hmotnost je pro praktické využití nevhodná. Pro menší hmotnost však generovaný výkon zaostává za variantou (a) i za systémem o jednom stupni volnosti. Je tedy patrné, že umístění piezoelektrického článku má zásadní vliv na výsledný výkon [1].



Obrázek 2.1: Varianta (a) vlevo a varianta (b) vpravo [1]

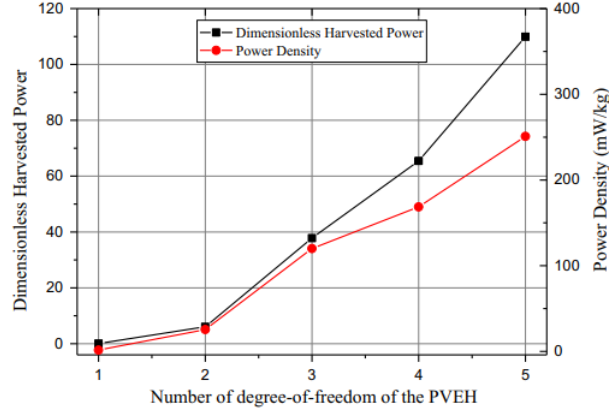
Další možnosti se nabízejí v podobě zařazení více piezoelektrických článků nebo permanentních magnetů do systému. Jelikož se s více stupni volnosti vyskytuje více rezonančních frekvencí, tak je možné pro každý stupeň volnosti umístit jeden piezoelektrický článek nebo permanentní magnet. Tím bude zařízení pracovat při více frekvencích a když se systém nadimenzuje tak, že frekvence budou blízko sebe, tak dojde k rozšíření užitečného frekvenčního pásma a zvýšení výkonu. Na obrázku 2.2 je model piezoelektrického generátoru s více články vloženými mezi jednotlivé hmotnosti m_1, m_2, \dots, m_n . Při porovnání tohoto modelu s variantou (a) na obrázku 2.1 se zjistilo, že model s dvěma piezoelektrickými články vykazuje několikrát vyšší výkon. Jediným rozdílem přitom je vložený piezoelektrický článek mezi hmotnosti m_1 a m_2 , které pro účely srovnání daných modelů zůstaly konstantní.



Obrázek 2.2: Model vibračního generátoru s více piezoelektrickými články [3]

Při následném rozšíření na více stupňů volnosti byla zjištěna závislost mezi první rezonanční frekvencí, výkonem a stupni volnosti. S rostoucím počtem stupňů volnosti klesá první rezonanční frekvence a roste generovaný výkon na jednotku hmotnosti. S rozšiřováním roste celková hmotnost, proto je dobré pro výkon uvažovat i hmotnost. Závislost

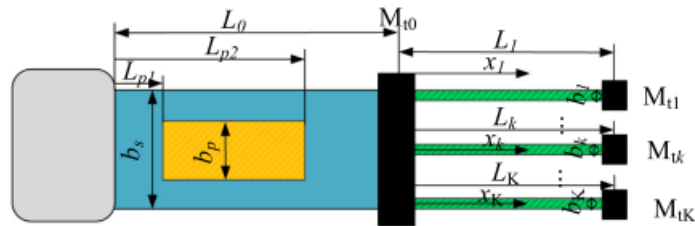
výkonu a stupňů volnosti je patrná z grafu na obrázku 2.3. S poklesem první rezonanční frekvence při zvýšení počtu stupňů volnosti by se dalo také pracovat, pokud by bylo zapotřebí snížit u generátoru frekvenci [3].



Obrázek 2.3: Výkon v závislosti na stupních volnosti [3]

2.3. Piezoelektrický vibrační generátor s více stupni volnosti

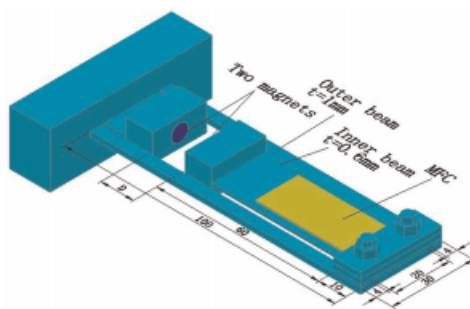
Na obrázku 2.4 je znázorněno schéma piezoelektrického vibračního generátoru s hlavním nosníkem a navazujícími větvemi. Na hlavním nosníku je přichycen piezoelektrický článek. Z nosníku dále vycházejí tři větve s koncovými hmotnostmi. U této konstrukce se nabízí více úprav k dosažení požadovaných výsledků. Změnou koncových hmotností, počtem větví nosníku, geometrii hlavního nosníku a jeho větví se dá dosahovat požadovaného frekvenčního pásma. Testovány byly varianty se třemi a se čtyřmi větvemi. Pro variantu se třemi větvemi byla změřena tři rezonanční pásma, zatímco pro variantu se čtyřmi byla zjištěna čtyři rezonanční pásma. Rezonanční frekvence generátoru se snižují při zvýšení délky větví. Změnou hmotnosti a geometrie větví nosníku bylo možné dosáhnout toho, že rezonanční pásma byla blízká a byla v cíleném rozmezí frekvencí [4].



Obrázek 2.4: Schéma provedení piezoelektrického vibračního generátoru s více stupni volnosti [4]

2.4. Piezoelektrický vibrační generátor s více stupni volnosti s výraznou nelinearitou

Nonlinearita systému může přispět k rozšíření frekvenčního pásma. Každý reálný systém je vlivem parazitních jevů do jisté míry nelineární, ale není to mnohdy příliš výrazné. Existuje více způsobů, jak docílit výraznější nelinearity. Jeden z nich je např. vytvoření zábran v pohybu. Na obrázku 2.5 je využito dvou opačně orientovaných magnetů umístěných naproti sobě na piezoelektrickém vibračním generátoru se dvěma stupni volnosti. Jeden magnet je umístěn na základně a druhý naproti němu na konci nosníku, který je uchycen ve vyříznutém místě dalšího nosníku spojeného se základnou. Pro přeměnu mechanické energie na elektrickou je zde využito piezoelektrického článku. Při správném nastavení parametrů systému a vzdálenosti magnetů od sebe se dá docílit, že rezonanční frekvence budou blízko sebe a užitečné frekvenční pásmo se tím rozšíří. Ve srovnání se stejným generátorem bez přidané nelinearity lze pozorovat širší užitečné frekvenční pásmo. [5] Spojení více stupňů volnosti s další metodou rozšíření pásma pak může mít pozitivní vliv na výsledný výkon zařízení. Umístěním více nosníků do vyříznuté oblasti se pak dá zvedat počet stupňů volnosti. Tato konstrukce nabízí hodně možností úprav, protože vhodnou změnou tuhosti, hmotnosti nebo i geometrie nosníků se dá docílit požadovaných rezonančních frekvencí systému [6].

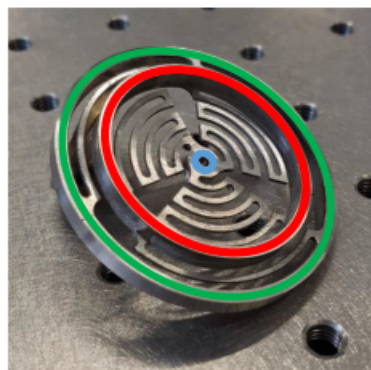


Obrázek 2.5: Schématický náčrt nelineárního vibračního generátoru se dvěma stupni volnosti (rozměry v milimetrech) [5]

2.5. Elektromagnetický vibrační generátor s více stupni volnosti

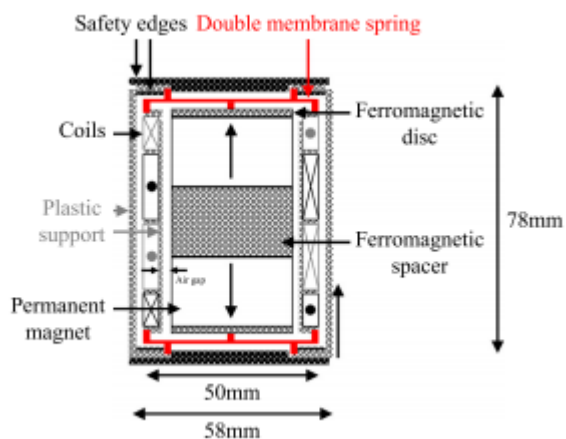
Vzhledem k tomu, že cílem při návrhu vibračního generátoru je co nejširší užitečné frekvenční pásmo (velmi často u vibračních generátorů s více stupni volnosti skrze nastavení rezonančních frekvencí blízko sebe) a maximalizace amplitudy výchylky a tím pádem výkonu, je velmi užitečné využít posunutí fáze kmitání po překročení rezonanční frekvence. Pokud bychom měli dva rezonátory kmitající s navzájem opačnou fází, tak jejich vzájemná rychlost a amplituda je výrazně zvětšená oproti jejich pohybu vzhledem k základně. Když na jednom rezonátoru je umístěn magnet a na druhém cívka, tak je získaný výkon větší než v případě, kdy cívka (nebo magnet) je stacionární a kmitá jen jedna část, jak tomu je u vibračního generátoru s jedním stupněm volnosti. Logicky se pak tady nabízejí dva způsoby jak dosáhnout maximálního výkonu: Zvýšením rozdílu mezi fázemi oscilátorů i přes nižší amplitudy samotných oscilátorů nebo zvýšením amplitud oscilátorů

s menším fázovým posuvem mezi nimi. V [7] bylo z praktických důvodů zvoleno nastavit frekvence blízko k sobě s menším fázovým posuvem. Bylo zjištěno, že první rezonanční frekvence musí být zvolena lehce menší než dominantní frekvence naměřených vibrací, zatímco druhá rezonanční frekvence je vysoce závislá na elektromagnetickém tlumení a také na mechanickém faktoru kvality znázorňujícím tlumení mechanické. Je tedy jasné, že správné nastavení parametrů je v tomto případě mnohem komplikovanější, než u generátoru s jedním stupněm volnosti. Ke konstrukci takového zařízení bylo využito pružiny na obrázku 2.6.



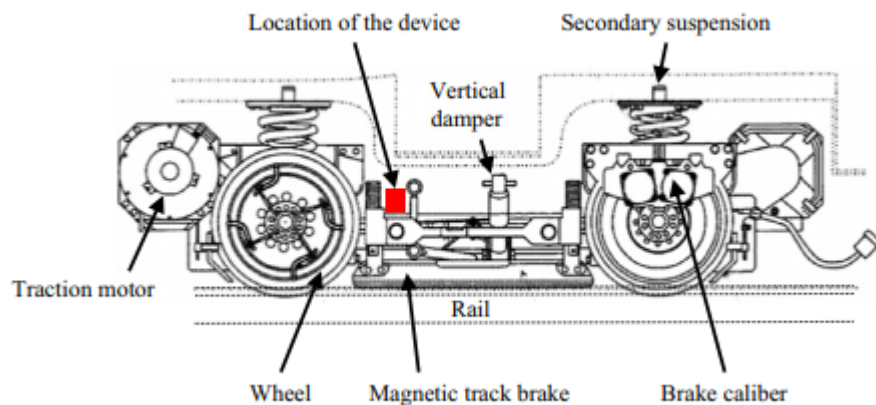
Obrázek 2.6: Pružina pro vibrační generátor s dvěma stupni volnosti [7]

V modrém středu je přišroubován permanentní magnet vyplňující prostor v krytu cívky, červený kruh je přichycen k podstavě se zdrojem vibrací a vnější kruh je přichycen ke krytu cívky. Jedním kusem se tak vytvořila dvojitá pružina zajišťující kmitání cívky i permanentního magnetu. Dohromady je celé zařízení zobrazeno ve schématu na obrázku 2.7.



Obrázek 2.7: Schéma provedení vibračního generátoru se dvěma stupni volnosti [7]

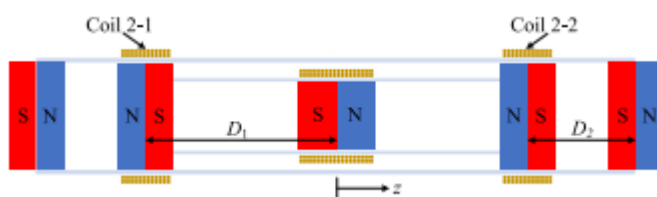
Zařízení bylo navrženo pro účely využití v kolejové dopravě. Umístěno bylo do nižší části tramvaje, jak je zobrazeno na obrázku 2.8. Z tohoto důvodu byly k docílení co možná nejrealnější simulace při návrhu do modelu tohoto generátoru jako vstup zvoleny naměřené vibrace na kolejích. Toto modelování se dá pak aplikovat do kteréhokoliv jiného oboru dopravy. Nevýhodou však je nutnost měření vibrací.



Obrázek 2.8: Umístění vibračního generátoru v tramvaji [7]

2.6. Elektromagnetický vibrační generátor s více stupni volnosti s výraznou nelinearitou

Zcela odlišná konstrukce je zobrazena na obrázku 2.9. Uvnitř válcové nádoby s permanentními magnety jako podstavami je další taková nádoba, ve které se pak nachází permanentní magnet, který se může v ose vnitřní nádoby pohybovat. Vnitřní nádoba by samostatně fungovala jako vibrační generátor s jedním stupněm volnosti. Zde se vnitřní nádoba pohybuje také a tím je docíleno dvou stupňů volnosti. Na vnitřní nádobě je kolem okraje ve středu omotána cívka a na vnější je pak dvojice cívek. Magnety v podstavě vnitřní nádoby s cívkami vnější nádoby a cívka vnitřní nádoby s magnetem uprostřed zajišťují přeměnu mechanické energie na elektrickou. Permanentní magnety v podstavách nádob způsobují nelinearitu systému. Výhodou tohoto uspořádání je snadný přenos. Výstupní výkon byl měřen při ručním třepání a při srovnání se samostatnou vnitřní nádobou (vibrační generátor s jedním stupněm volnosti) byl zjištěn vyšší výstupní výkon i širší frekvenční pásmo [8].

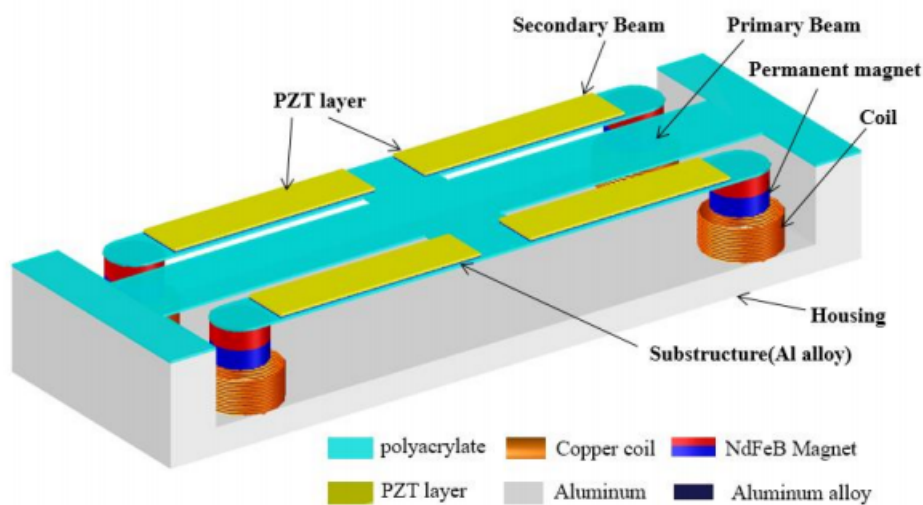


Obrázek 2.9: Schéma provedení vibračního generátoru s permanentním magnetem [8]

2.7. Vibrační generátor s kombinací piezoelektrického jevu a elektromagnetické indukce

Schéma na obrázku 2.10 znázorňuje vibrační generátor se čtyřmi stupni volnosti, kde místo přidané hmotnosti na konci nosníků, jak je tomu u většiny piezoelektrických generátorů, je přidán magnet, který zastupuje koncentrovanou hmotnost na konci nosníku. Magnet v interakci s cívkou pomáhá zvýšit výkon tohoto zařízení. Jde o kombinaci dvou elektro-

mechanických způsobů přeměny energie s použitím více stupňů volnosti. Laboratorním měřením bylo pak dokázáno, že výsledný výkon takto vylepšeného generátoru překonává výkon zařízení s pouze jedním způsobem elektromechanické přeměny [9].

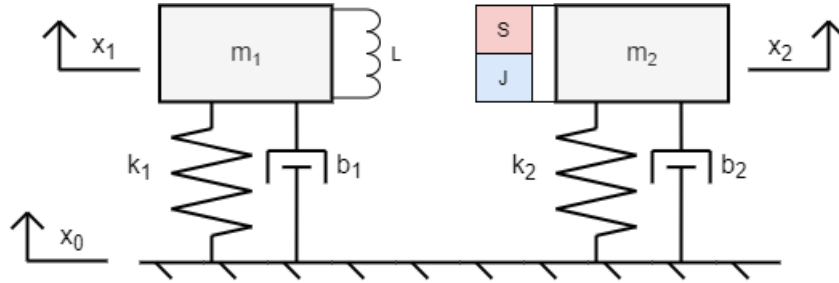


Obrázek 2.10: Schéma piezoelektrického vibračního generátoru s permanentními magnety [9]

3. Model vibračního generátoru se dvěma stupni volnosti

3.1. Pohybové rovnice a stanovení parametrů systému

Model pro popis pohybových rovnic tlumeného kmitání vibračního generátoru je na obrázku 3.1. Na tělese m_2 je přichycen permanentní magnet a na tělese m_1 je upevněna cívka. Jedná se o dvě tělesa s jedním stupněm volnosti, vzájemná vazba je pouze mezi magnetem a cívkou. Pro dosažení maximální výchylky mezi m_1 a m_2 bylo potřeba, aby těleso m_1 kmitalo v opačné fázi než těleso m_2 . Zároveň byla žádoucí co největší amplituda, takže nejdříve se vybraly parametry těles m_1 i m_2 tak, aby byly v rezonanci při žádané frekvenci vstupu \ddot{x}_0 . Parametry jednoho z těles se potom upravily pro posunutí fáze kmitání mezi tělesy.



Obrázek 3.1: Mechanický model

Obecná rovnice kmitavého pohybu s tlumením:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{U} \quad (3.1)$$

Po rozepsání matic pak rovnice vypadá následovně:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \ddot{x}_0 \\ m_2 \ddot{x}_0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Pro řešení této rovnice byl použit MATLAB & Simulink. Model v Simulinku je pak na obrázku 3.2. Cílem zde bylo nastavit tuhost systému tak, aby byl systém v rezonanci. Toho bylo dosaženo vhodným nastavením tuhostí k_1 a k_2 . Frekvence byla zde zvolena $f = 12\text{Hz}$. Hodnoty hmotnosti a tlumení byly zvoleny $m_1 = m_2 = 500\text{g}$ a $b_1 = b_2 = 0.75\text{kg s}^{-1}$. Hodnoty tlumení byly zvoleny tak aby byl poměrný útlum b_r podle rovnice 3.3 malý.

$$b_r = \frac{b}{2m\Omega_0} \quad (3.3)$$

Vlastní úhlová frekvence Ω_0 je:

$$\Omega_0 = 2\pi f \quad (3.4)$$

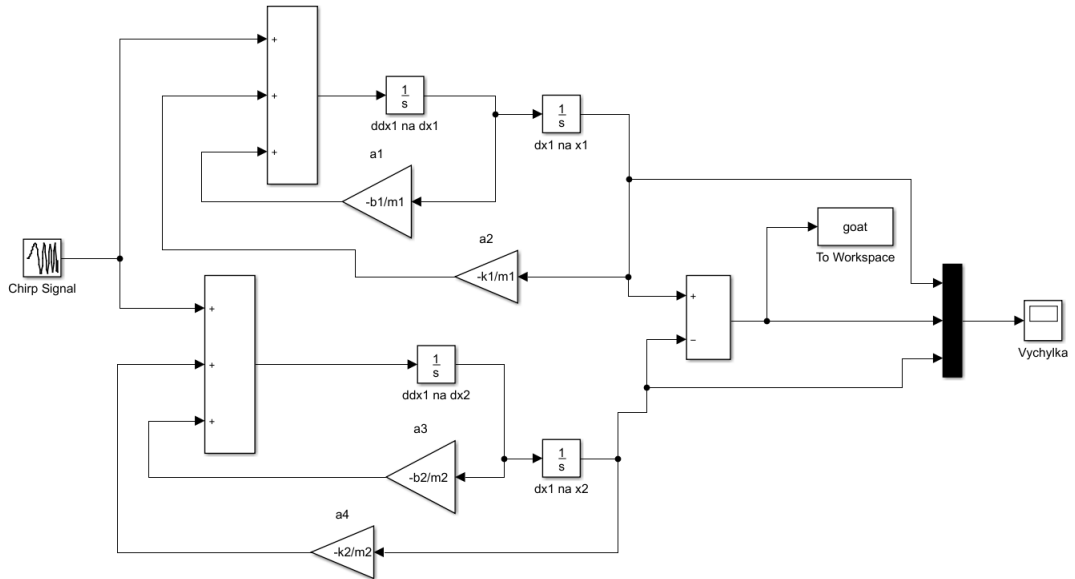
Vlastní úhlová frekvence tlumeného kmitání je:

$$\Omega = \Omega_0 \sqrt{1 - b_r^2} \quad (3.5)$$

Jelikož tělesa jsou samostatně systém o jednom stupni volnosti a za předpokladu nízké hodnoty b_r bylo k_1 a k_2 možné spočítat rovnou ze vztahu 3.6 pro netlumené kmitání o jednom stupni volnosti.

$$k = m\Omega_0^2 \quad (3.6)$$

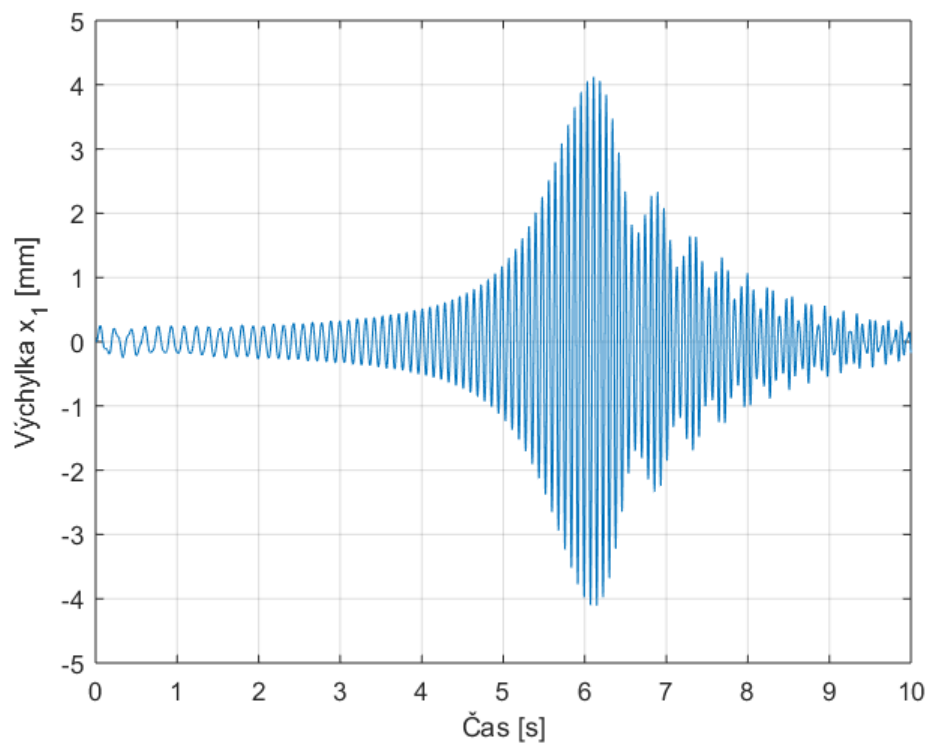
Tím byly parametry obou těles nastaveny tak, že při frekvenci vstupu 12Hz jsou v rezonanci. Rozdíl v jejich poloze by tak byl nula, protože by obě tělesa měla totožnou odezvu. V rezonanci se však posouvá fáze kmitání. Pokud by tedy jedna strana kmitala s nulovým fázovým posunem a druhá s fázovým posunem π radiánů, tak by se docílilo toho, že vzájemně budou obě tělesa kmitat s opačnou fází a jejich vzájemná amplituda polohy bude zvýšená. Pro takovou situaci bychom potřebovali, aby jedno těleso mělo rezonační frekvenci výrazně nižší a druhé výrazně vyšší než 12Hz. Amplituda kmitání samostatných těles by byla nízká a tím pádem i jejich vzájemná výchylka by byla nízká. Pro co možná největší amplitudu se k_2 zvolilo jako spočtená hodnota ze vztahu 3.6 a k_1 se postupně od k_2 zvyšovalo a k_2 se ponechalo konstantní. Po provedení několika simulací se pak vybral parametr k_1 ze simulace s největší vzájemnou výchylkou. Takto bylo dosaženo větší výchylky mezi tělesy $x_1 - x_2$ než výchylek samostatných těles x_1 a x_2 .



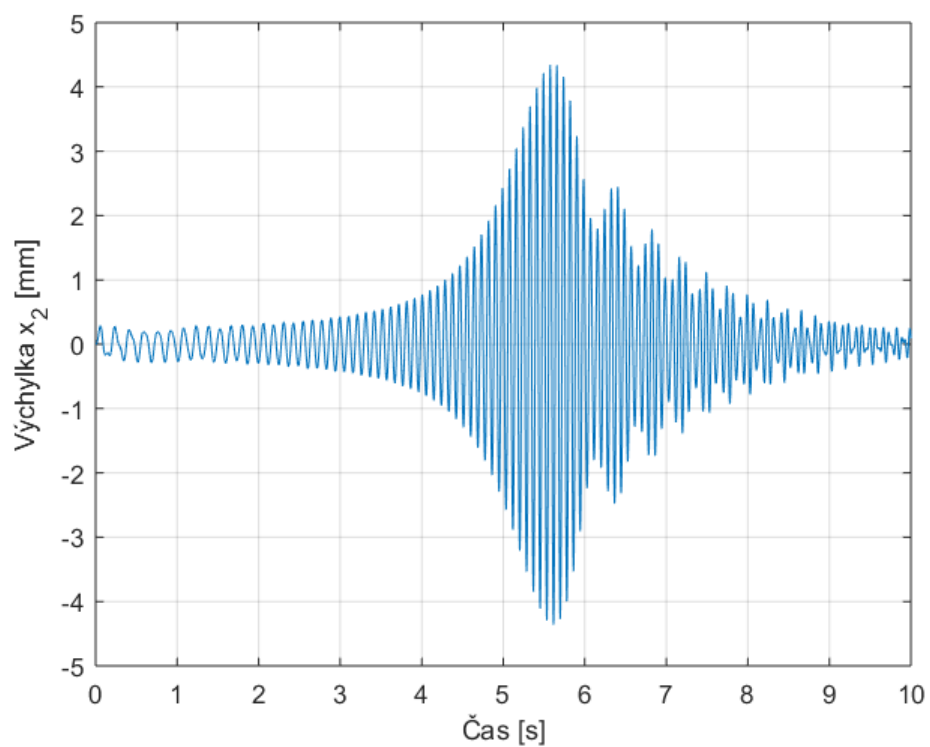
Obrázek 3.2: Simulink model

Výsledné hodnoty tuhosti jsou $k_1 = 3183,5 \text{ kg m}^{-1}$ a $k_2 = 2842,4 \text{ kg m}^{-1}$.

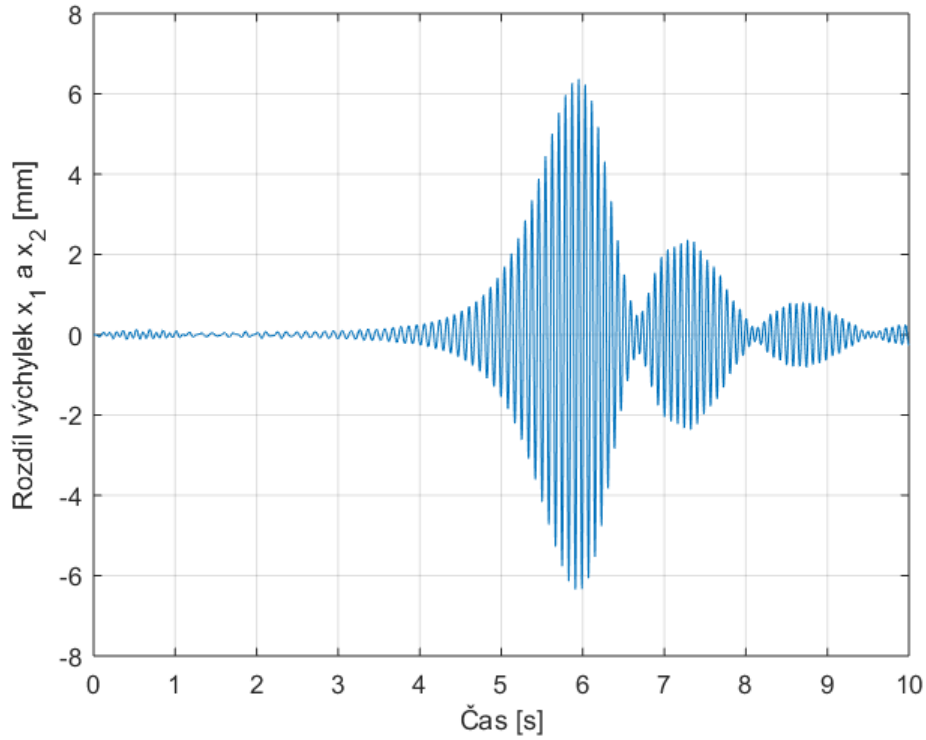
Z grafu na obrázku 3.5 jde vidět vyšší maximální amplituda rozdílu výchylek $x_1 - x_2$ v porovnání se samostatnými výchylkami x_1 (obrázek 3.3) a x_2 (obrázek 3.4).



Obrázek 3.3: Odezva na sinusový signál se zvyšující frekvencí



Obrázek 3.4: Odezva na sinusový signál se zvyšující frekvencí



Obrázek 3.5: Odezva na sinusový signál se zvyšující frekvencí

3.2. Zavedení elektromagnetické indukce do modelu

Pro přeměnu mechanické energie vibrací byla vybrána elektromagnetická indukce. Indukované elektromotorické napětí na cívce generátoru je dáno jako

$$u_i = N \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3.7)$$

což po úpravách je

$$u_i = K_e \dot{x} \quad (3.8)$$

K_e je elektromechanická konstanta daná konstrukcí generátoru a \dot{x} je relativní rychlost, v tomto případě je to rozdíl rychlostí \dot{x}_1 a \dot{x}_2 . Podle Ohmova zákona je pak elektrický proud v obvodu závislý na napětí u_i a elektrickém odporu R .

$$\dot{x} = \dot{x}_1 - \dot{x}_2 \quad (3.9)$$

$$i = \frac{K_e \dot{x}}{R} \quad (3.10)$$

Elektrický výkon P_e je pak možné získat jako

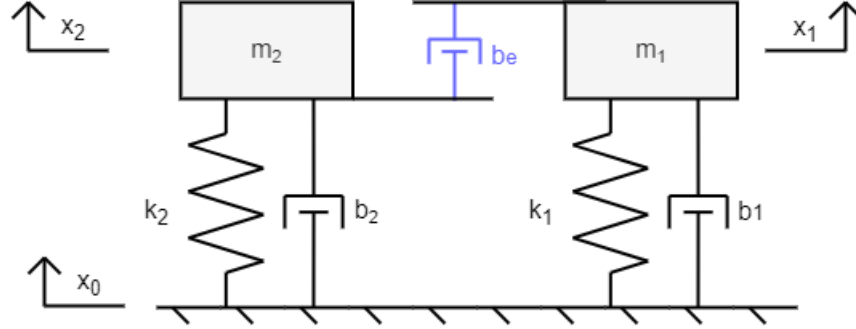
$$P_e = u_i i = \frac{K_e^2}{R} \dot{x}^2 \quad (3.11)$$

$$P_e = F_e \dot{x} = (b_e \dot{x}) \dot{x} \quad (3.12)$$

Pomocí rovnic 3.12 a 3.11 pak lze vyjádřit b_e jako

$$b_e = \frac{K_e^2}{R} \quad (3.13)$$

Tato elektromagnetická složka mechanického tlumení [10] je v mechanickém modelu na obrázku 3.6 a v rovnici pohybu 3.15 zobrazena modře.



Obrázek 3.6: Mechanický model s elektromagnetickým tlumením

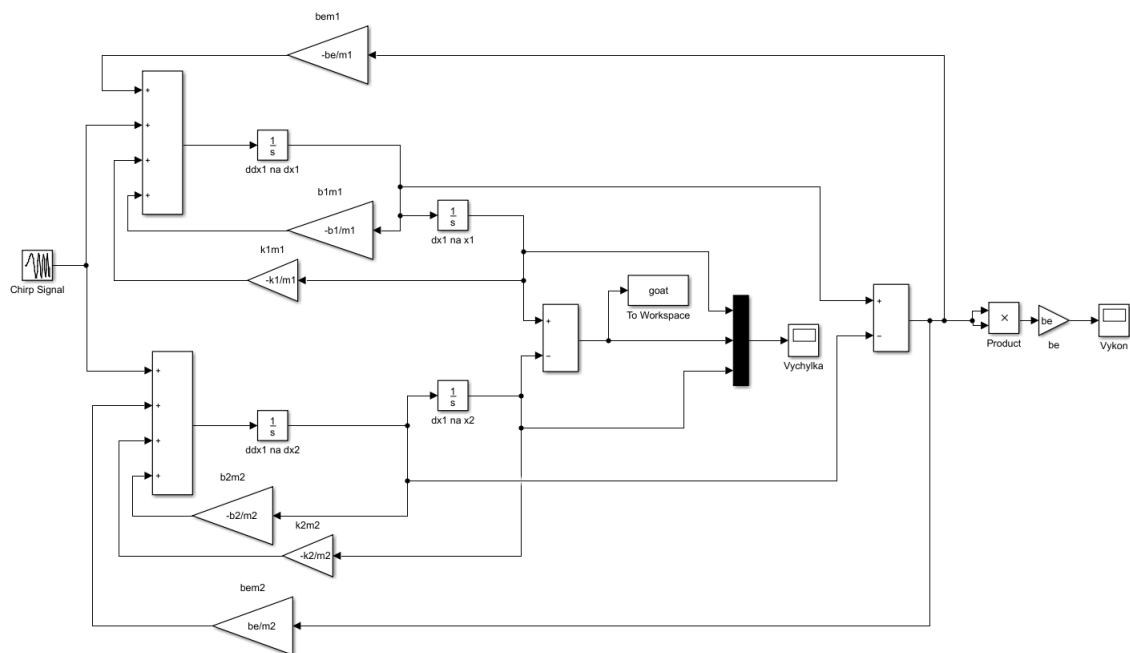
Obecná rovnice kmitavého pohybu s tlumením:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{U} \quad (3.14)$$

Po rozepsání matic pak rovnice 3.14 vypadá následovně

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 + b_e & -b_e \\ -b_e & b_2 + b_e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \ddot{x}_0 \\ m_2 \ddot{x}_0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

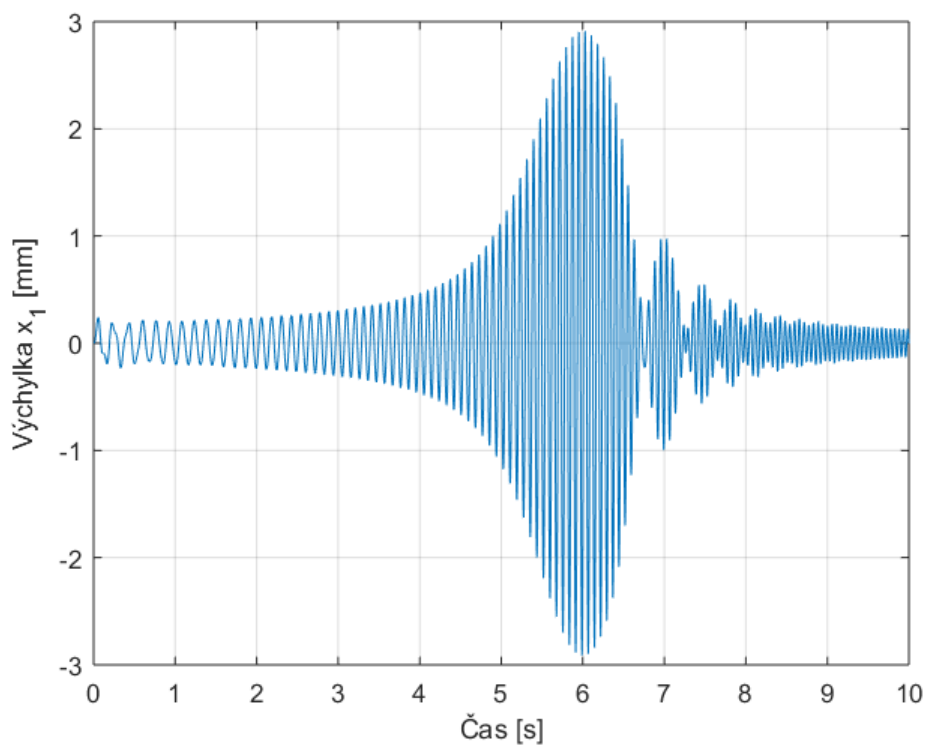
Parametry tlumení b_1 a b_2 , hmotností m_1 a m_2 a žádané vstupní frekvence byly zvoleny stejně jako v předchozí kapitole. To je $b_1 = b_2 = 0,75 \text{ kg s}^{-1}$, $f = 12 \text{ Hz}$ a $m_1 = m_2 = 500 \text{ g}$. Hodnota tlumení b_e byla zvolena $b_e = 1 \text{ kg s}^{-1}$. Do Simulink modelu na obrázku 3.7 byla oproti modelu na obrázku 3.2 doplněna rovnice 3.12 pro vykreslení grafu výkonu. Hodnoty k_1 a k_2 se stanovily stejným způsobem jako v předchozí kapitole.



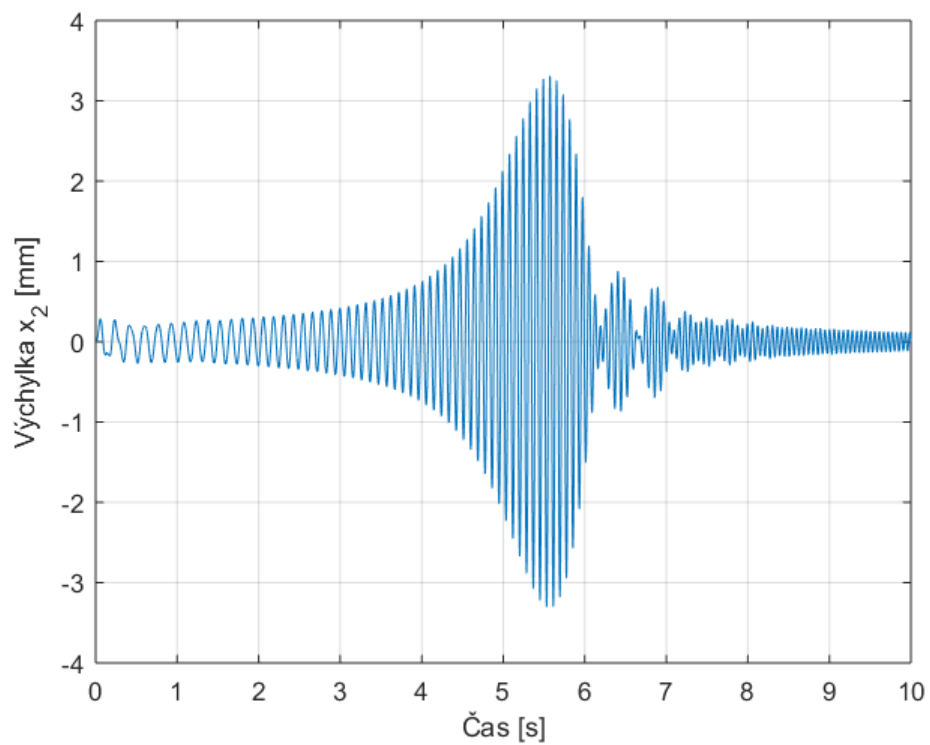
Obrázek 3.7: Simulink model

Výsledné hodnoty tuhosti jsou $k_1 = 3297,2 \text{ kg m}^{-1}$ a $k_2 = 2842,4 \text{ kg m}^{-1}$.

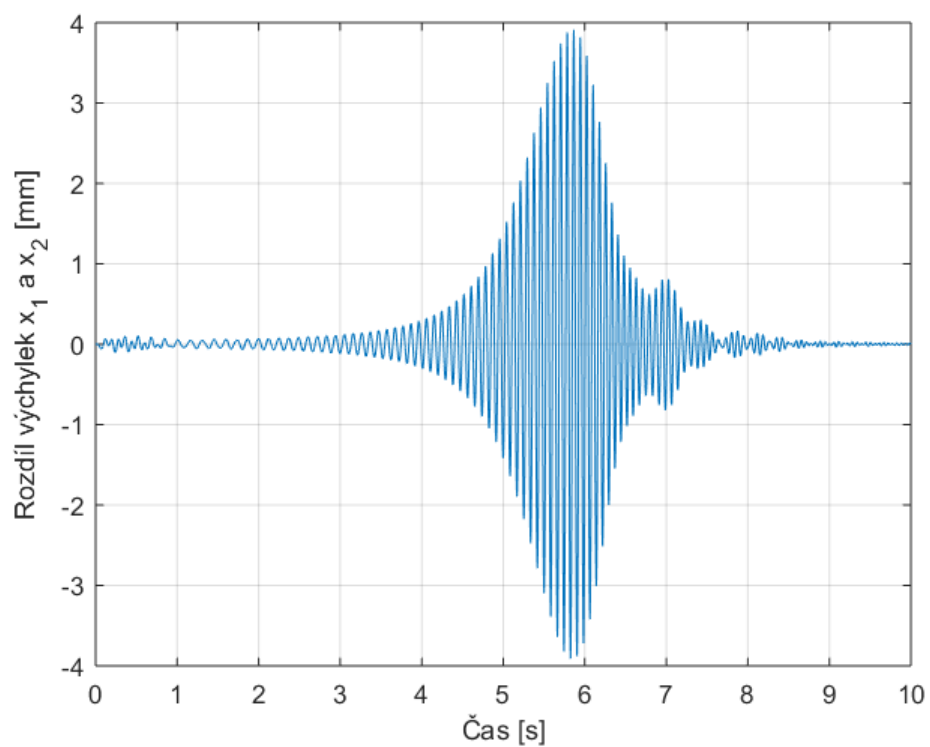
Maximální amplituda rozdílu výchylek $x_1 - x_2$ v grafu na obrázku 3.10 se snížila po přidání elektromagnetického tlumení. V porovnání se samostatnými výchylkami x_1 (graf 3.8) a x_2 (graf 3.9) však zůstává vyšší.



Obrázek 3.8: Odezva na sinusový signál se zvyšující frekvencí

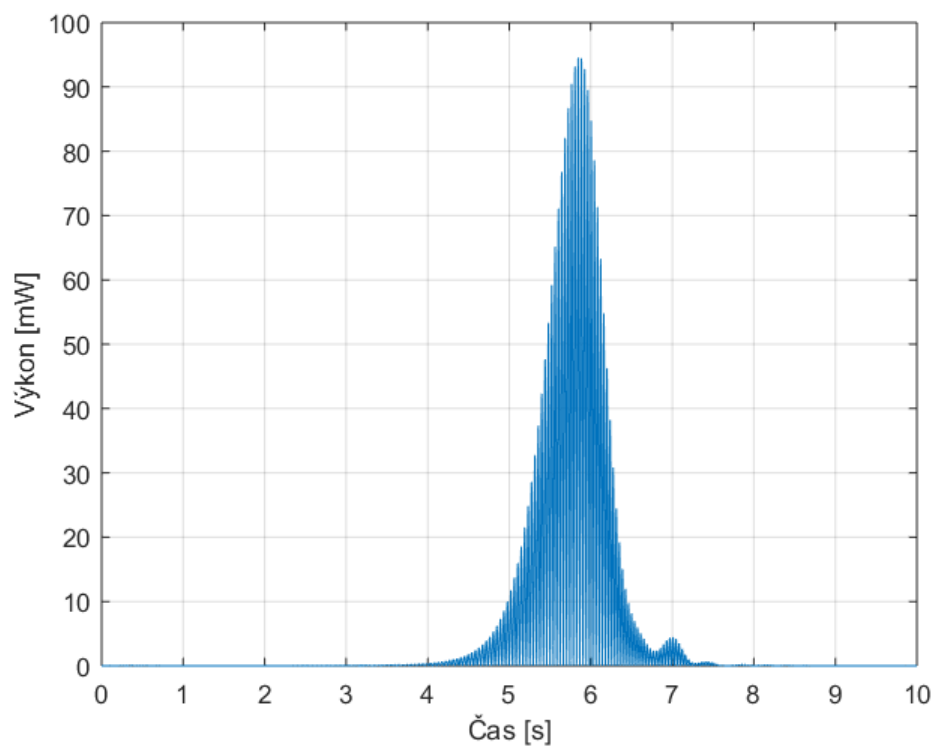


Obrázek 3.9: Odezva na sinusový signál se zvyšující frekvencí



Obrázek 3.10: Odezva na sinusový signál se zvyšující frekvencí

Průběh výkonu při odezvě systému na zvyšující se frekvenci sinusového buzení je zobrazen v grafu na obrázku 3.11. Výkon je maximální při stejné frekvenci jako maximální rozdíl výchylek $x_1 - x_2$.

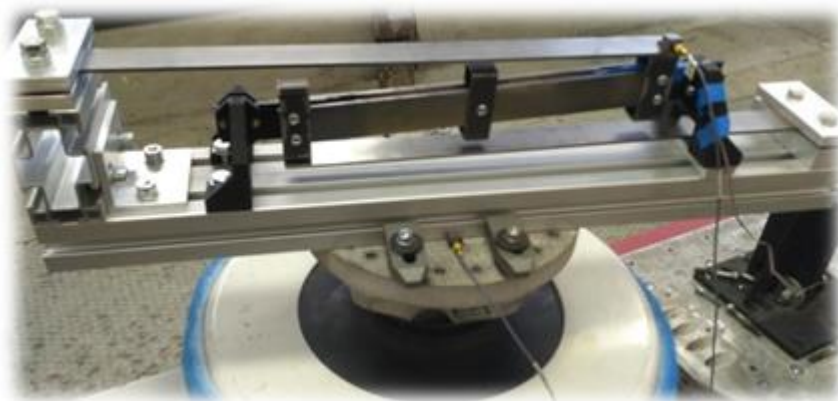


Obrázek 3.11: Generovaný výkon při sinusovém signálu se zvyšující frekvencí

4. Vibrační generátor s více stupni volnosti s reálným buzením

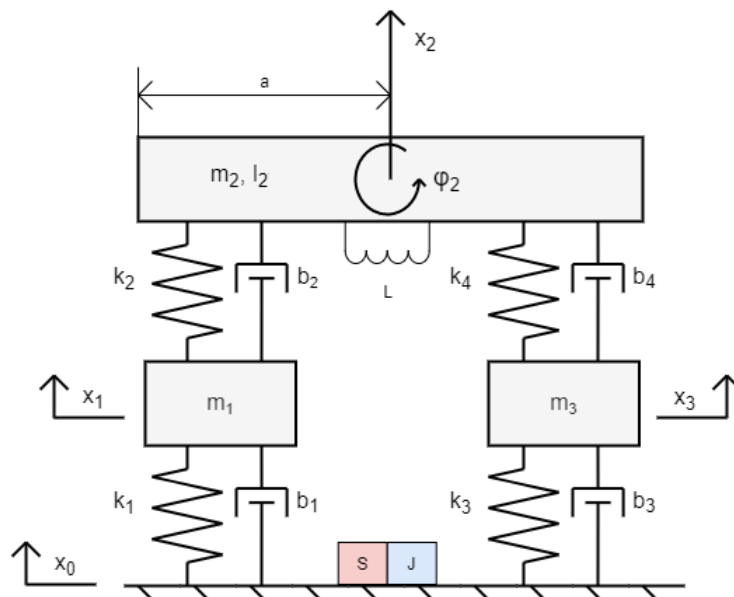
4.1. Pohybové rovnice a stanovení parametrů systému

Popisovaný vibrační generátor je na obrázku 4.1.



Obrázek 4.1: Vibrační generátor sestavený na VUT FSI v Brně

Model pro popis pohybových rovnic tlumeného kmitání vibračního generátoru je na obrázku 4.2. Jde o systém se čtyřmi stupni volnosti. Poloha cívky je naznačena na tělese m_2 s momentem setrvačnosti I_2 a poloha permanentního magnetu na podstavě se zdrojem vibrací.



Obrázek 4.2: Mechanický model

Obecná rovnice kmitavého pohybu s tlumením:

$$M\ddot{X} + B\dot{X} + KX = U \quad (4.1)$$

Po rozepsání matic se rovnice 4.1 přepíše následovně:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & -k_2 a \\ -k_2 & k_2 + k_4 & -k_4 & (k_2 - k_4)a \\ 0 & -k_4 & k_3 + k_4 & k_4 a \\ -k_2 a & (k_2 - k_4)a & k_4 a & (k_2 + k_4)a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} b_1 + b_2 & -b_2 & 0 & -b_2 a \\ -b_2 & b_2 + b_4 & -b_4 & (b_2 - b_4)a \\ 0 & -b_4 & b_3 + b_4 & b_4 a \\ -b_2 a & (b_2 - b_4)a & b_4 a & (b_2 + b_4)a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \ddot{x}_0 \\ m_2 \ddot{x}_0 \\ m_3 \ddot{x}_0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Parametry systému byly zvoleny a dopočítány tak, aby co nejlépe vystihovaly chování zařízení na obrázku 4.1. Další úpravy parametrů pro různá buzení v kapitole 4.3 ukazují možnosti vylepšení generátoru pro konkrétní buzení.

Tuhosti byly stanoveny pomocí rovnice 4.3, jejíž řešení bylo 4.4. Vliv tlumení na hodnoty rezonančních frekvencí byl zanedbán.

$$\det(K - \lambda^2 M) = 0 \tag{4.3}$$

$$\lambda_i = \Omega_i^2 \tag{4.4}$$

Podle vztahu 3.4 a 4.4 byly tuhosti stanoveny pro konkrétní rezonanční frekvence.

Parametry systému, které byly zvoleny, byly moment setrvačnosti $I_2 = 1 \text{ kg m}^2$, délka $a = 0,5 \text{ m}$ a hmotnosti $m_1 = m_2 = 0,5 \text{ kg}$ a $m_3 = 0,8 \text{ kg}$. Tuhosti systému byly dány do rovnosti $k_2 = k_4$ a $k_1 = k_3$. Natočení se při takto zvolených parametrech zredukovalo na malé, zanedbatelné hodnoty. Natočení vzhledem k umístění cívky a permanentního magnetu není zásadní pro generování elektrické energie a natočení se na základě tohoto předpokladu zanedbalo ve výpočtu tlumení. Tím se počet stupňů volnosti systému snížil na tři stupně volnosti. Tuhosti k_1 a k_3 se uvažovaly velmi tuhé. Tělesa m_1 a m_3 kmitala při takových tuhostech jen velmi málo v porovnání s tělesem m_2 a při zanedbání pohybu těles m_1 a m_3 se systém zjednodušil na systém s jedním stupněm volnosti. Tlumení za těchto předpokladů bylo možné pro konkrétní druhou rezonanční úhlovou frekvenci spočítat z rovnice 4.5. Hodnota poměrného útlumu b_r byla $b_{r2} = 0,005$ a $b_{r1} = b_{r3} = 0,02$.

$$b = 2m_i \Omega_i b_{ri} \tag{4.5}$$

Tlumení tělesa m_2 se skládalo ze dvou tlumení a hodnota b se rovnoměrně rozdělila, aby byl zachován předpoklad malého natočení φ_2 .

$$b_2 = b_4 = \frac{b}{2} \tag{4.6}$$

Tlumení b_1 a b_3 byla zvolena rovnající se vypočtené hodnotě tlumení b .

$$b_1 = b_3 = b \tag{4.7}$$

Pro druhou rezonanční frekvenci $f_2 = 11,1\text{Hz}$ a předpokladu velmi tuhých tuhostí k_1 a k_3 se došlo k hodnotám uvedeným v tabulce 4.1.

Rezananční frekvence		Tuhosti		Mechanické tlumení	
f_1	318,5Hz	k_1	2000000N m^{-1}	b_1	40.00kg s^{-1}
f_2	11,1Hz	k_2	1940N m^{-1}	b_2	0.28kg s^{-1}
f_3	318,5Hz	k_3	2000000N m^{-1}	b_3	40.00kg s^{-1}
f_4	5,0Hz	k_4	1940N m^{-1}	b_4	0.28kg s^{-1}

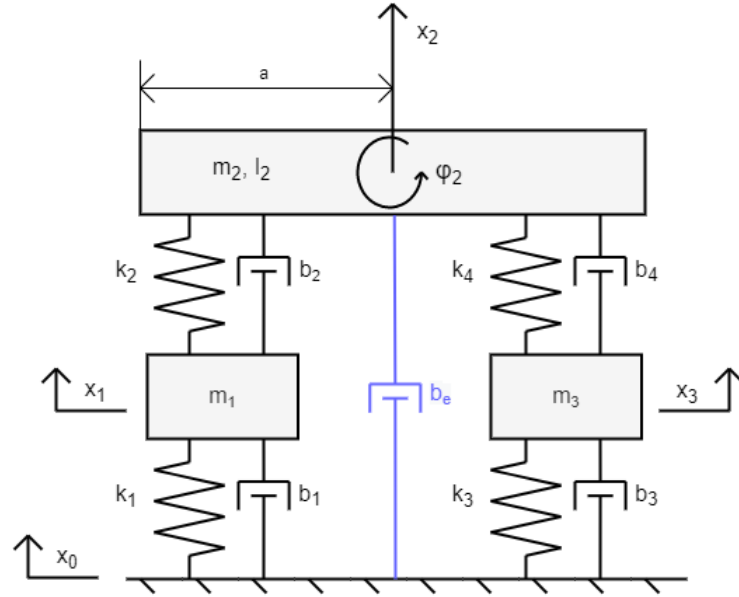
Tabulka 4.1: Stanovené parametry tlumení a tuhostí pro konkrétní rezonanční frekvence

4.2. Zavedení elektromagnetické indukce do modelu

Cívka a permanentní magnet vnášejí do systému elektromagnetické tlumení b_e jak je popsáno v předchozí kapitole 3. Hodnota elektromagnetického tlumení b_e má vliv na získanou elektrickou energii E , kterou bylo možné vypočítat integrováním výkonu generátoru P_e .

$$E = \int P_e dt \quad (4.8)$$

Hodnota energie E odpovídá celkové energii vygenerované vibračním generátorem při buzení vibracemi. Cílem bylo zanalyzovat vliv elektromagnetického tlumení b_e v systému na obrázku 4.3 na získanou elektrickou energii E .



Obrázek 4.3: Mechanický model s elektromagnetickým tlumením

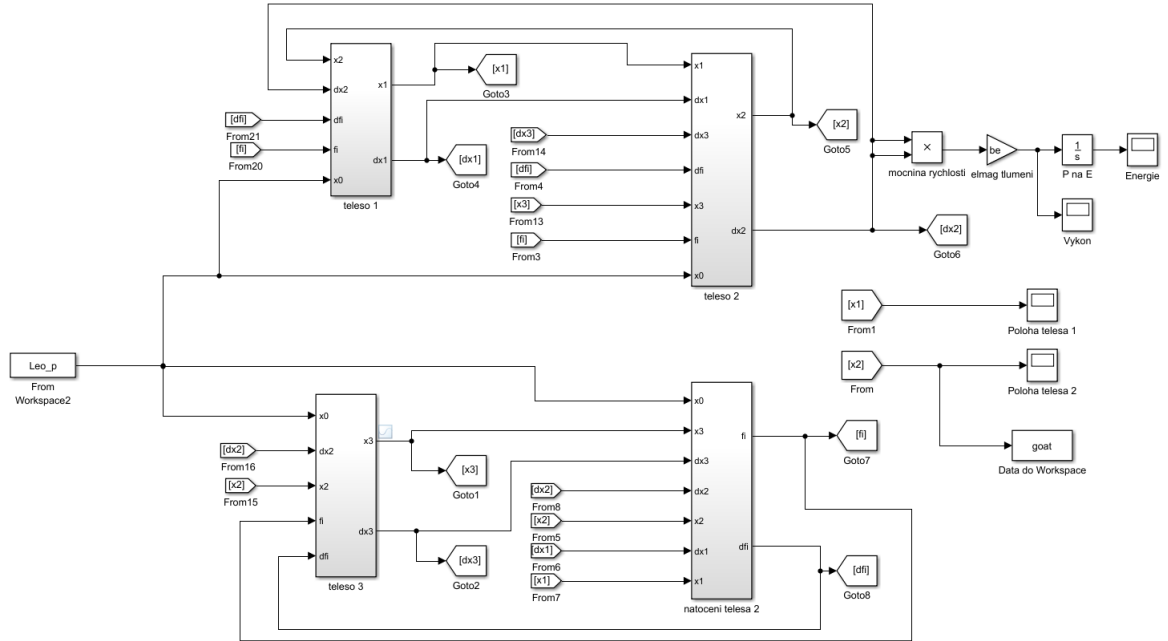
Obecná rovnice kmitavého pohybu s tlumením:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{U} \quad (4.9)$$

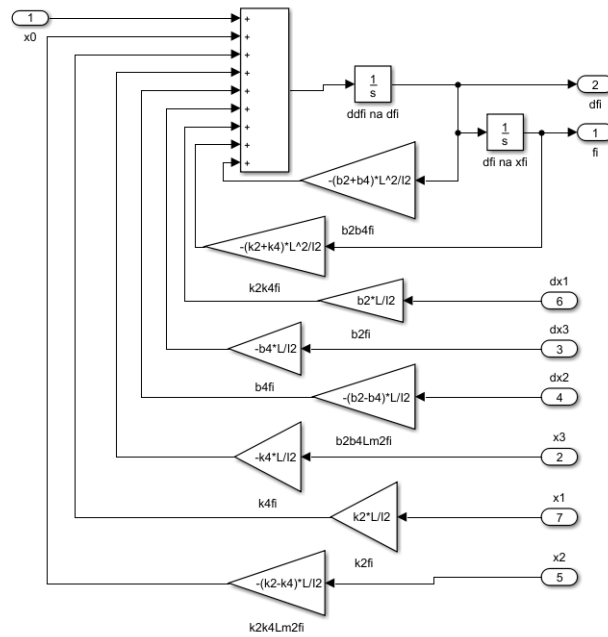
Po rozepsání matic se rovnice 4.9 přepíše následovně:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & -k_2 a \\ -k_2 & k_2 + k_4 & -k_4 & (k_2 - k_4)a \\ 0 & -k_4 & k_3 + k_4 & k_4 a \\ -k_2 a & (k_2 - k_4)a & k_4 a & (k_2 + k_4)a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} b_1 + b_2 & -b_2 & 0 & -b_2 a \\ -b_2 & b_2 + b_4 + b_e & -b_4 & (b_2 - b_4)a \\ 0 & -b_4 & b_3 + b_4 & b_4 a \\ -b_2 a & (b_2 - b_4)a & b_4 a & (b_2 + b_4)a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \ddot{x}_0 \\ m_2 \ddot{x}_0 \\ m_3 \ddot{x}_0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (4.10)$$

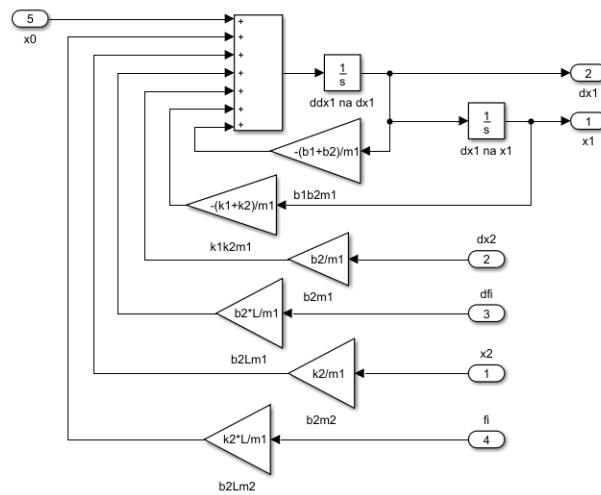
K řešení rovnice 4.10 byl použit MATLAB & Simulink. Model v Simulinku a jeho součásti jsou na obrázcích 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 a 4.8. V modelu byl mimo řešení pohybové rovnice 4.10 také elektrický výkon P_e podle rovnice 3.12 a elektrická energie E podle rovnice 4.8.



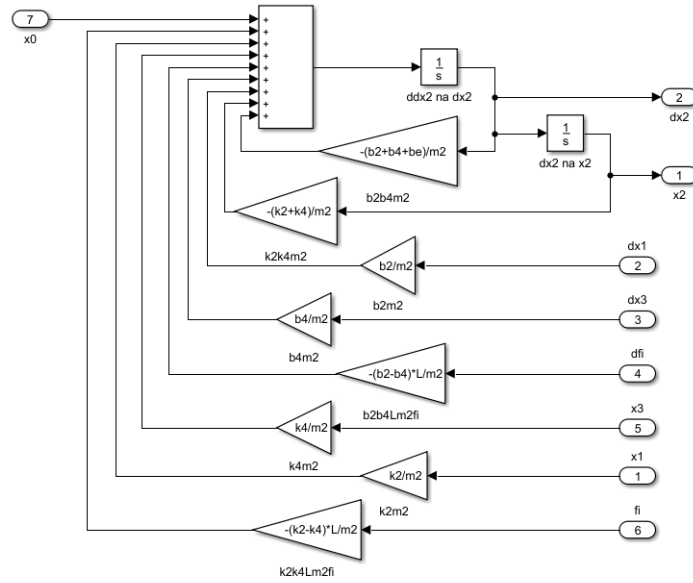
Obrázek 4.4: Simulink model



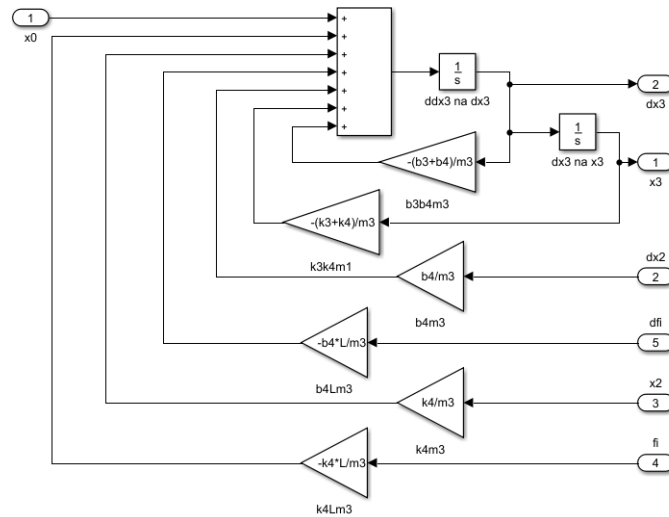
Obrázek 4.5: Blok v Simulink modelu pro natočení φ_2



Obrázek 4.6: Blok v Simulink modelu pro polohu x_1



Obrázek 4.7: Blok v Simulink modelu pro polohu x_2



Obrázek 4.8: Blok v Simulink modelu pro polohu x_3

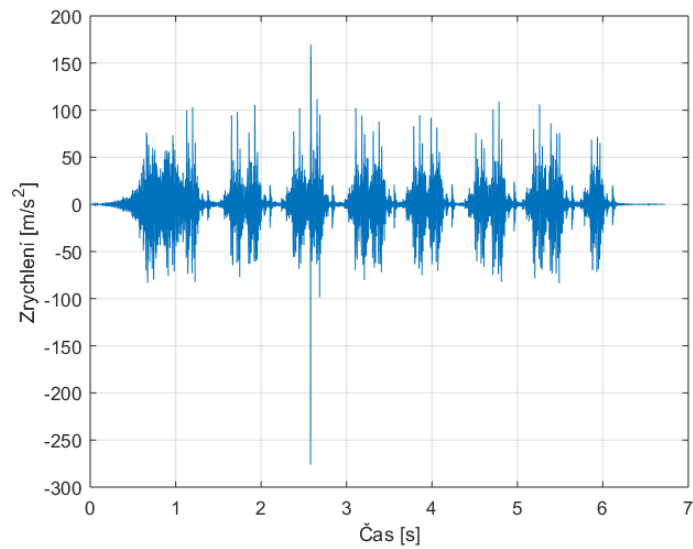
4.3. Buzení experimentálními daty

V modelu byly použity tři různé zdroje vibrací naměřených akcelerometrem po průjezdu vlaku na železnici. Označeny byly jako *Vib_a*, *Vib_b* a *Vib_c*.

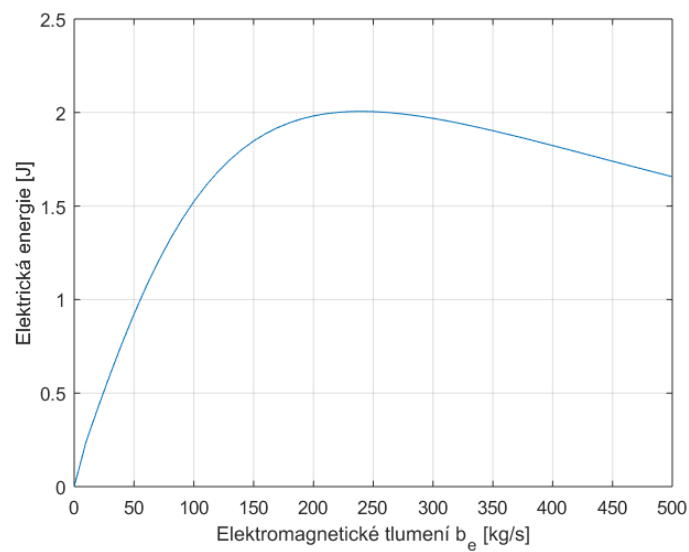
4.3.1. Buzení daty *Vib_a*

Hodnoty parametrů byly použity z tabulky 4.1 a závislost elektrické energie E na elektromagnetickém tlumení b_e se vykreslila do grafu na obrázku 4.10. Naměřená data vibrací *Vib_a* jsou v grafu na obrázku 4.9

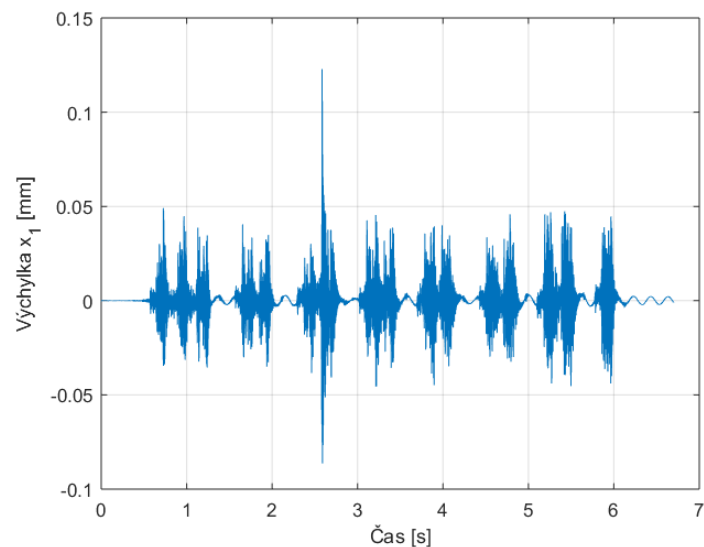
Elektromagnetické tlumení b_e při nejvyšší hodnotě elektrické energie E vybuzevané vibracemi Vib_a bylo $b_e = 240 \text{ kg s}^{-1}$.



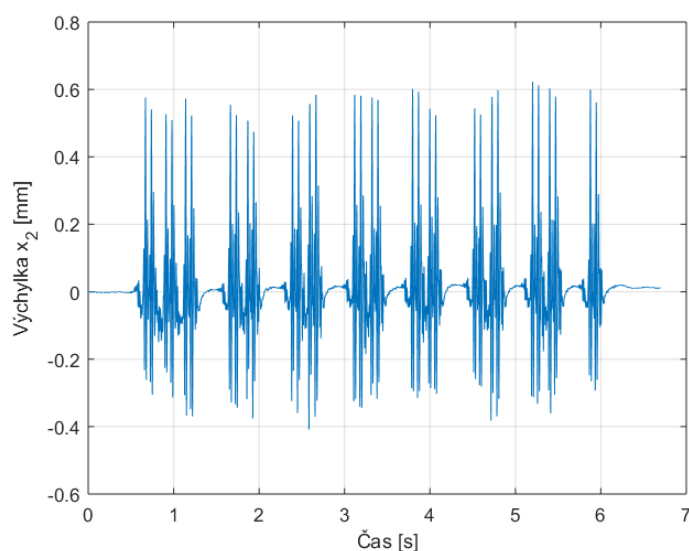
Obrázek 4.9: Data naměřených vibrací Vib_a



Obrázek 4.10: Závislost elektrické energie na elektromagnetickém tlumení při druhé rezonanční frekvenci $f_2 = 11,1 \text{ Hz}$ s buzením Vib_a



Obrázek 4.11: Odezva na buzení Vib_a
při $b_e = 240 \text{ kg s}^{-1}$



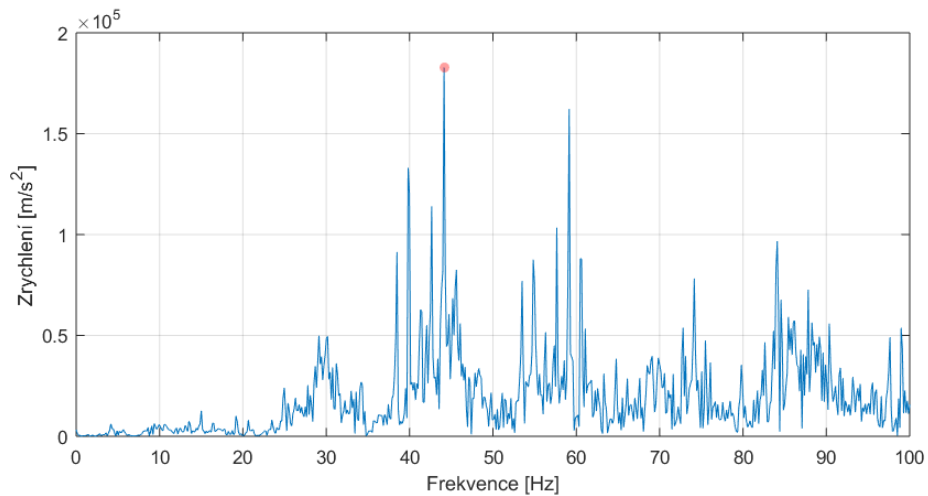
Obrázek 4.12: Odezva na buzení Vib_a
při $b_e = 240 \text{ kg s}^{-1}$

4.3.2. Úprava parametrů při buzení Vib_a

Jelikož je každé zde uvedené buzení z jiného zdroje, je vhodné pro každé z těchto buzení zvlášť stanovit parametry. Použitím funkce FFT (rychlá Fourierova transformace) v Matlabu se provedla frekvenční analýza vstupních dat vibrací. Z frekvenční charakteristiky buzení byly zvoleny rezonanční frekvence f_1 a f_3 schodující se s dominantní frekvencí buzení. Graf frekvenční charakteristiky tohoto buzení je zobrazen na obrázku 4.13. Hodnoty tlumení a tuhostí se opět stanovily pomocí vztahů 3.4, 4.4, 4.5, 4.7 a 4.6. Pro konkrétní rezonanční frekvence byly stanovené hodnoty tuhostí a tlumení uspořádány do tabulky 4.2.

Pro přepočítané parametry bylo elektromagnetické tlumení b_e při nejvyšší hodnotě elektrické energie E vybuzenými vibracemi Vib_a $b_e = 220,0 \text{ kg s}^{-1}$. Tato skutečnost vychází z grafu na obrázku 4.14.

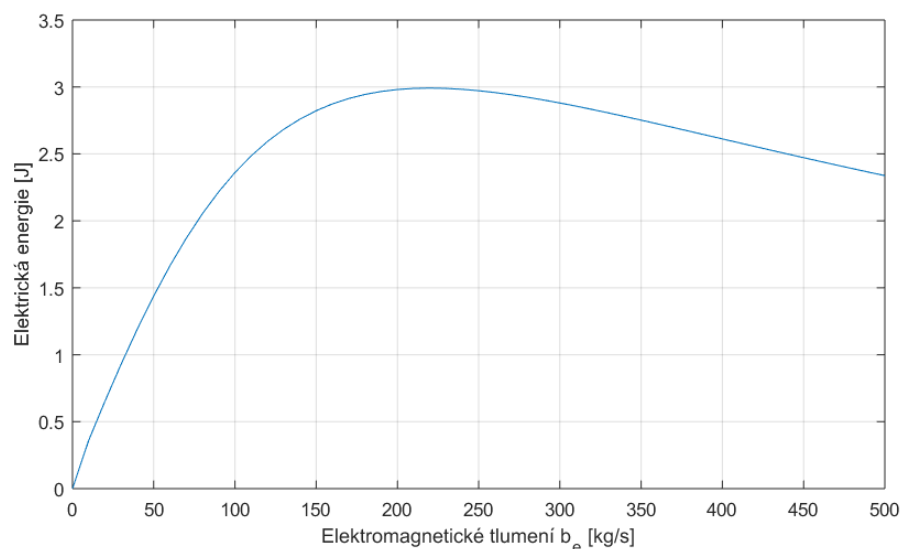
Z grafů odezvy těles na obrázcích 4.15 a 4.16 jde vidět, že výchylka x_1 je vyšší než x_2 .



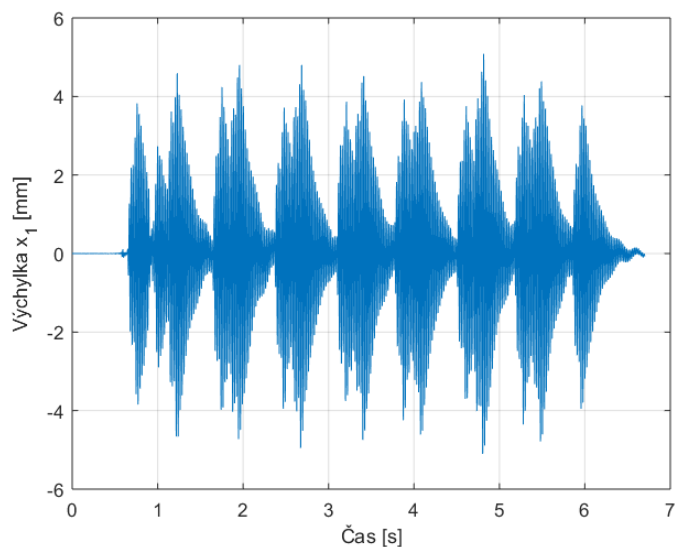
Obrázek 4.13: Frekvenční charakteristika vstupních dat Vib_a

Rezonanční frekvence		Tuhosti		Mechanické tlumení	
f_1	44, 1Hz	k_1	36200 N m^{-1}	b_1	$5, 50 \text{ kg s}^{-1}$
f_2	11, 1Hz	k_2	2080 N m^{-1}	b_2	0.28 kg s^{-1}
f_3	44, 1Hz	k_3	36200 N m^{-1}	b_3	$5, 50 \text{ kg s}^{-1}$
f_4	5, 0Hz	k_4	2080 N m^{-1}	b_4	0.28 kg s^{-1}

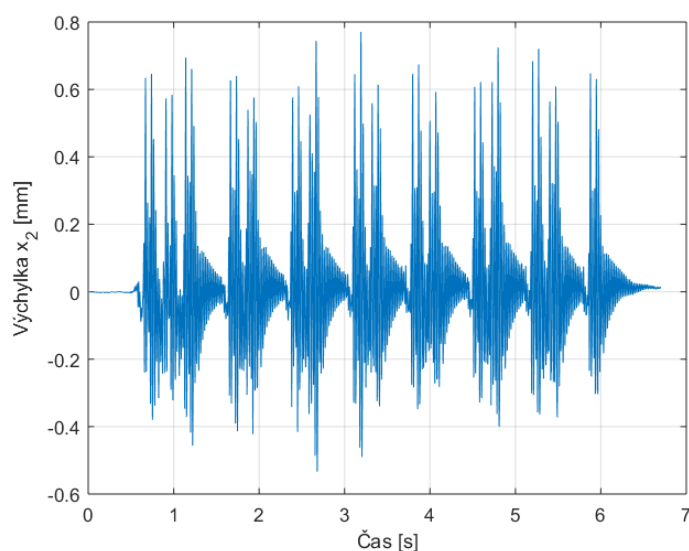
Tabulka 4.2: Stanovené parametry tlumení a tuhostí pro konkrétní rezonanční frekvence s ohledem na frekvenční charakteristiku vibrací Vib_a



Obrázek 4.14: Závislost elektrické energie na elektromagnetickém tlumení při rezonančních frekvencích $f_1 \cong f_3 = 44, 1 \text{ Hz}$ a $f_2 = 11, 1 \text{ Hz}$ s buzením Vib_a



Obrázek 4.15: Odezva na buzení Vib_a
při $b_e = 220,0 \text{ kg s}^{-1}$



Obrázek 4.16: Odezva na buzení Vib_a
při $b_e = 220,0 \text{ kg s}^{-1}$

4.3.3. Jiná možnost změny parametrů při buzení Vib_a

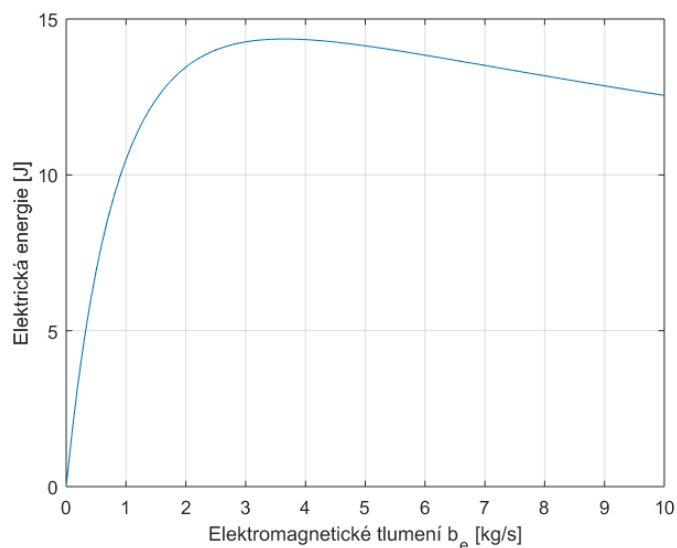
Opět se vyšlo z frekvenční charakteristiky buzení na obrázku 4.13. Druhá rezonanční frekvence se podle frekvenční charakteristiky zvolila $f_2 = 44,1 \text{ Hz}$. Hodnoty tuhostí a tlumení byly uspořádány do tabulky 4.3.

Elektromagnetické tlumení b_e bylo při nejvyšší hodnotě elektrické energie E s buzením Vib_a $b_e = 3,6 \text{ kg s}^{-1}$.

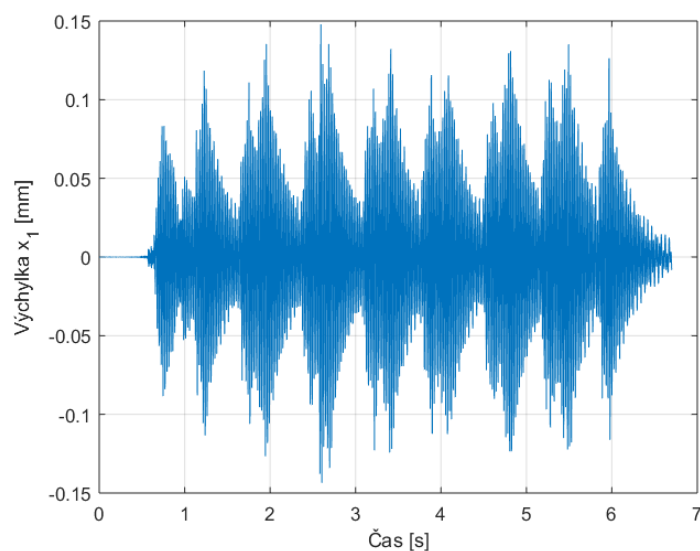
Z grafů na obrázcích 4.18 a 4.19 je patrné, že výchylka x_1 je zde nižší než x_2 .

Rezonanční frekvence		Tuhosti		Mechanické tlumení	
f_1	320, 8Hz	k_1	2000000 N m^{-1}	b_1	$40, 00 \text{ kg s}^{-1}$
f_2	44, 1Hz	k_2	31200 N m^{-1}	b_2	$0, 28 \text{ kg s}^{-1}$
f_3	320, 8Hz	k_3	2000000 N m^{-1}	b_3	$40, 00 \text{ kg s}^{-1}$
f_4	19, 7Hz	k_4	31200 N m^{-1}	b_4	$0, 28 \text{ kg s}^{-1}$

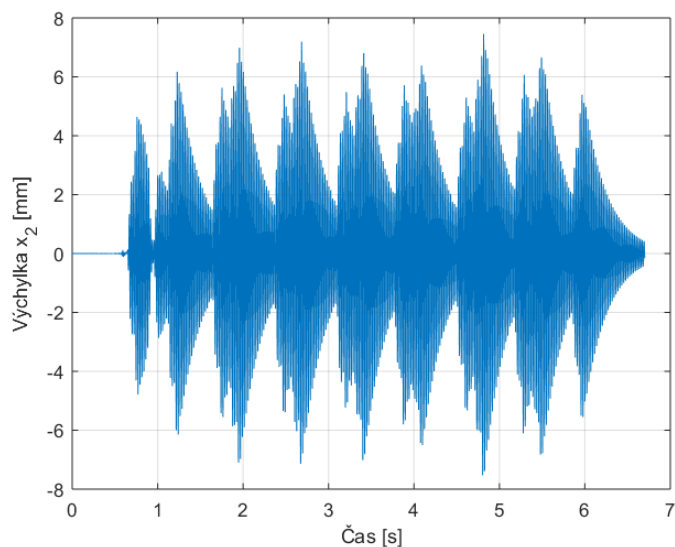
Tabulka 4.3: Stanovené parametry tlumení a tuhostí pro konkrétní rezonanční frekvence s ohledem na frekvenční charakteristiku vibrací **Vib_a**



Obrázek 4.17: Závislost elektrické energie na elektromagnetickém tlumení při rezonanční frekvenci $f_2 = 44, 1 \text{ Hz}$ s buzením **Vib_a**



Obrázek 4.18: Odezva na buzení **Vib_a** při $b_e = 3, 6 \text{ kg s}^{-1}$

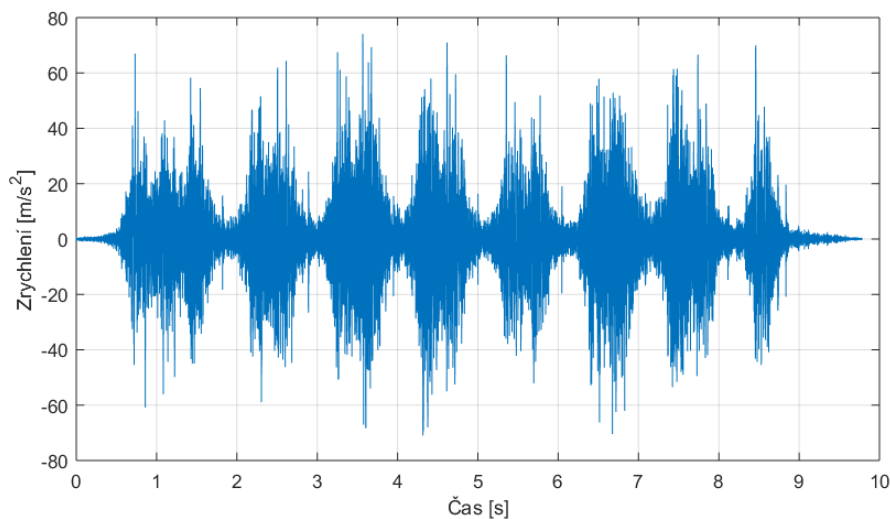


Obrázek 4.19: Odezva na buzení Vib_a
při $b_e = 3,6 \text{ kg s}^{-1}$

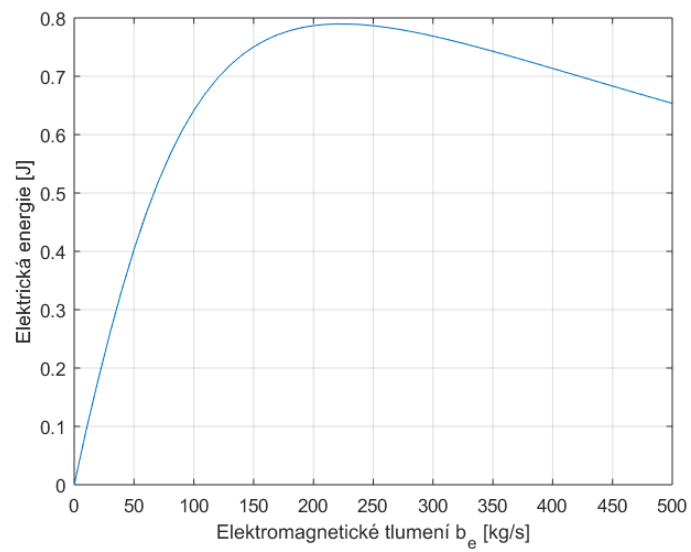
4.3.4. Buzení daty Vib_b

Hodnoty parametrů byly použity z tabulky 4.1 a závislost elektrické energie E na elektromagnetickém tlumení b_e se vykreslila do grafu na obrázku 4.21. Naměřená data vibrací Vib_b jsou v grafu na obrázku 4.20.

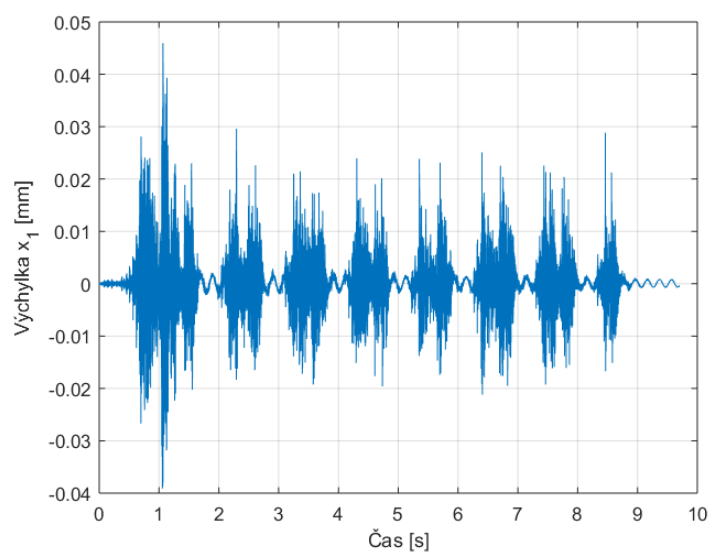
Elektromagnetické tlumení b_e bylo při nejvyšší hodnotě elektrické energie E vybuzené vibracemi Vib_b $b_e = 220 \text{ kg s}^{-1}$.



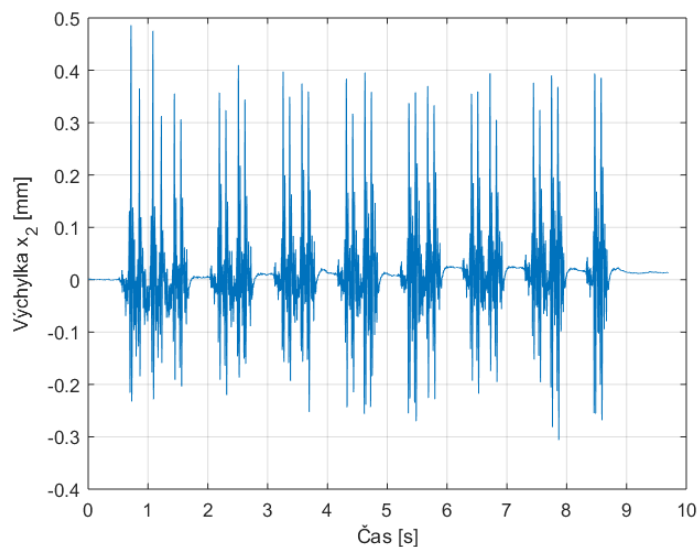
Obrázek 4.20: Data naměřených vibrací Vib_b



Obrázek 4.21: Závislost elektrické energie na elektromagnetickém tlumení při druhé rezonanční frekvenci $f_2 = 11,1\text{ Hz}$ s buzením Vib_b



Obrázek 4.22: Odezva na buzení Vib_b při $b_e = 220\text{ kg s}^{-1}$



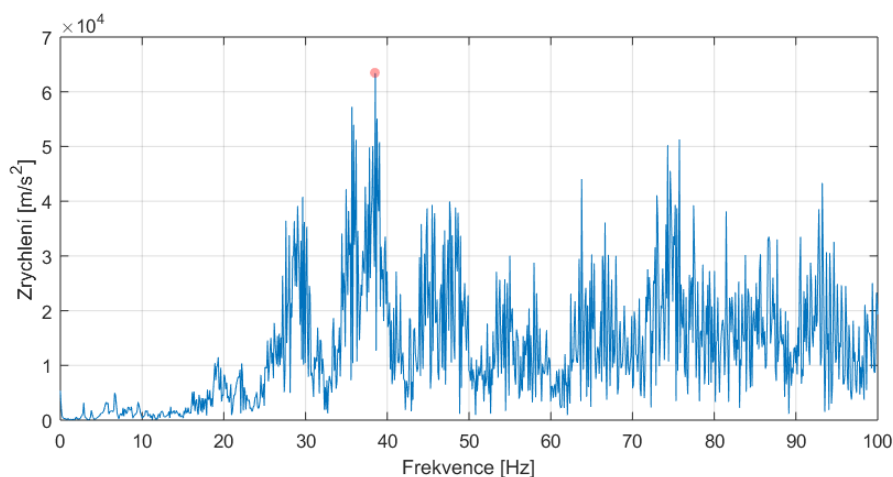
Obrázek 4.23: Odezva na buzení Vib_b
při $b_e = 220 \text{ kg s}^{-1}$

4.3.5. Úprava parametrů při buzení Vib_b

Z frekvenční charakteristiky buzení byly zvoleny rezonanční frekvence f_1 a f_3 . V tomto případě bylo zvoleno $f_1 \cong f_3 = 38,5 \text{ Hz}$. Graf frekvenční charakteristiky tohoto buzení je zobrazen na obrázku 4.24. Hodnoty tlumení a tuhostí se opět stanovily pomocí vztahů 3.4, 4.4, 4.5, 4.7 a 4.6. Pro konkrétní rezonanční frekvence byly stanovené hodnoty tuhostí a tlumení uspořádány do tabulky 4.4.

Při přepočítaných parametrech bylo elektromagnetické tlumení b_e při nejvyšší hodnotě elektrické energie E s buzením Vib_b $b_e = 190 \text{ kg s}^{-1}$.

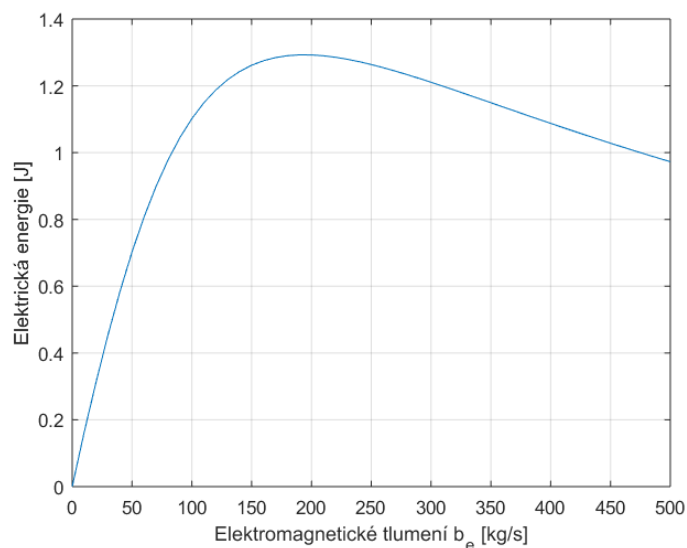
Z grafů na obrázcích 4.26 a 4.27 je patrné, že výchylka x_1 je vyšší než x_2 .



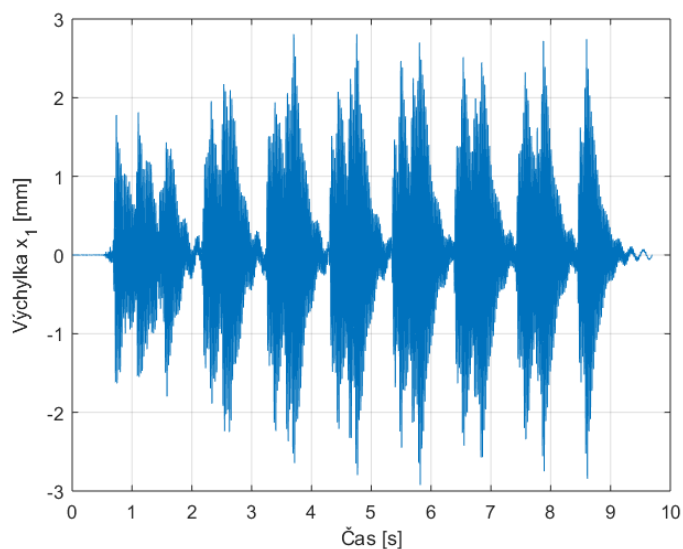
Obrázek 4.24: Frekvenční charakteristika vstupních dat Vib_b

Rezonanční frekvence		Tuhosti		Mechanické tlumení	
f_1	38,5Hz	k_1	27000N m ⁻¹	b_1	4,80kg s ⁻¹
f_2	11,1Hz	k_2	2100N m ⁻¹	b_2	0.28kg s ⁻¹
f_3	38,4Hz	k_3	27000N m ⁻¹	b_3	4,80kg s ⁻¹
f_4	5,0Hz	k_4	2100N m ⁻¹	b_4	0.28kg s ⁻¹

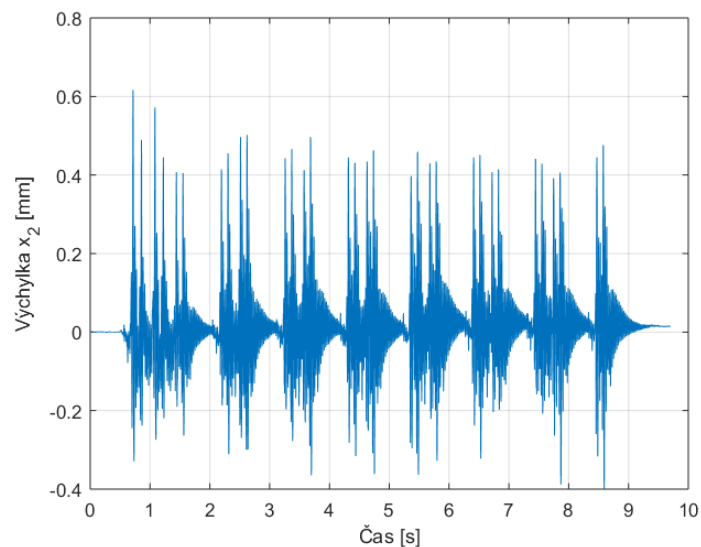
Tabulka 4.4: Stanovené parametry tlumení a tuhostí pro konkrétní rezonanční frekvence s ohledem na frekvenční charakteristiku vibrací Vib_b



Obrázek 4.25: Závislost elektrické energie na elektromagnetickém tlumení při rezonančních frekvencích $f_1 \cong f_3 = 38,5$ Hz a $f_2 = 11,1$ Hz s buzením Vib_b



Obrázek 4.26: Odezva na buzení Vib_b při $b_e = 190$ kg s⁻¹



Obrázek 4.27: Odezva na buzení Vib_b
při $b_e = 190 \text{ kg s}^{-1}$

4.3.6. Jiná možnost změny parametrů při buzení Vib_b

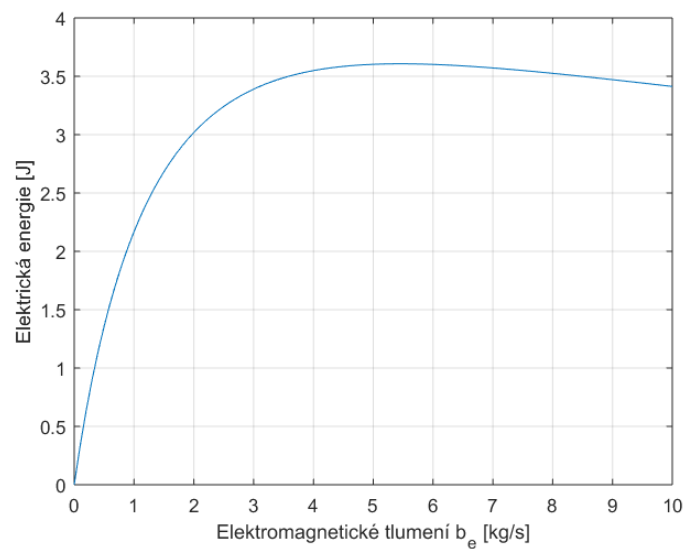
Z frekvenční charakteristiky buzení byly zvoleny rezonanční frekvence $f_2 = 38,5 \text{ Hz}$. Graf frekvenční charakteristiky buzení je zobrazen na obrázku 4.24. Hodnoty tlumení a tuhostí se opět stanovily pomocí vztahů 3.4, 4.4, 4.5, 4.7 a 4.6. Hodnoty tuhostí a tlumení byly uspořádány do tabulky 4.5.

Elektromagnetické tlumení b_e bylo při nejvyšší hodnotě elektrické energie E s buzením Vib_b $b_e = 5,5 \text{ kg s}^{-1}$.

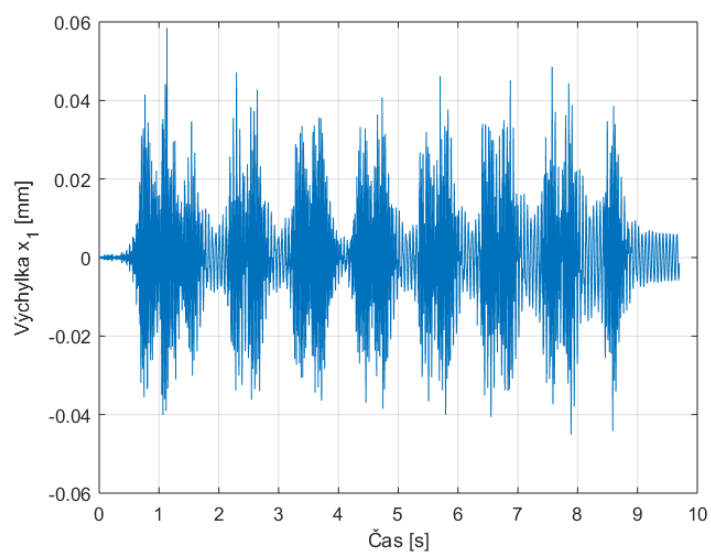
Z grafů na obrázcích 4.29 a 4.30 je patrné, že výchylka x_1 je zde nižší než x_2 .

Rezananční frekvence		Tuhosti		Mechanické tlumení	
f_1	320,4 Hz	k_1	2000000 N m^{-1}	b_1	$40,00 \text{ kg s}^{-1}$
f_2	40,1 Hz	k_2	25700 N m^{-1}	b_2	$0,28 \text{ kg s}^{-1}$
f_3	320,4 Hz	k_3	2000000 N m^{-1}	b_3	$40,00 \text{ kg s}^{-1}$
f_4	17,9 Hz	k_4	25700 N m^{-1}	b_4	$0,28 \text{ kg s}^{-1}$

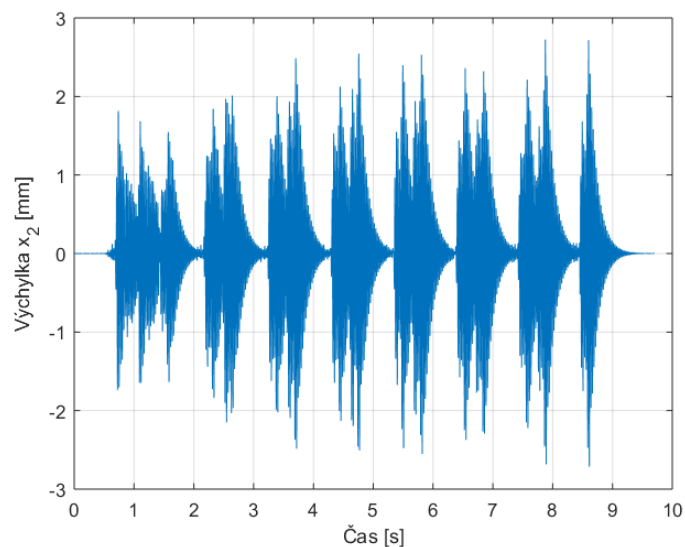
Tabulka 4.5: Stanovené parametry tlumení a tuhosti pro konkrétní rezonanční frekvence s ohledem na frekvenční charakteristiku vibrací Vib_b



Obrázek 4.28: Závislost elektrické energie na elektromagnetickém tlumení při rezonanční frekvenci $f_2 = 40,1\text{Hz}$ s buzením Vib_b



Obrázek 4.29: Odezva na buzení Vib_b při $b_e = 5,5\text{kg s}^{-1}$

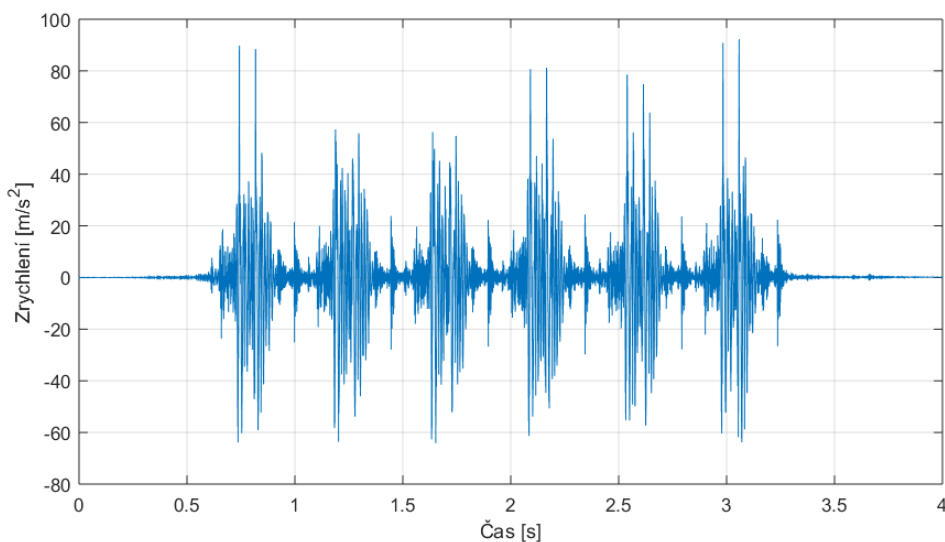


Obrázek 4.30: Odezva na buzení Vib_b
při $b_e = 5,5 \text{ kg s}^{-1}$

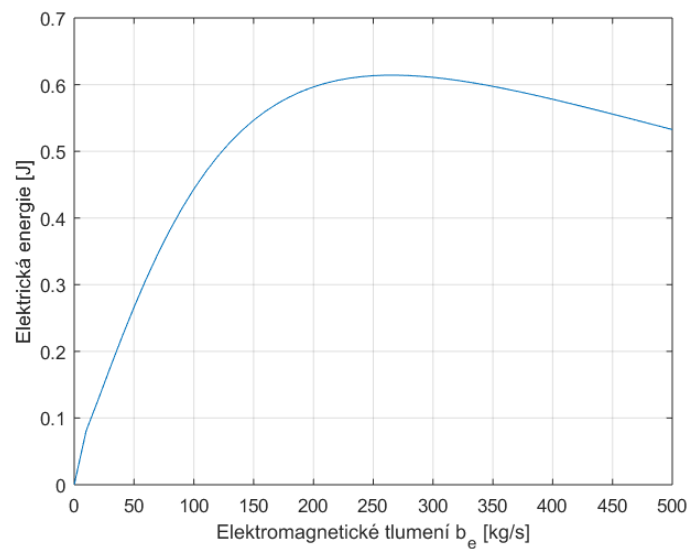
4.3.7. Buzení daty Vib_c

Hodnoty parametrů byly opět použity z tabulky 4.1 a závislost elektrické energie E na elektromagnetickém tlumení b_e se vykreslila do grafu na obrázku 4.32. Naměřená data vibrací Vib_c jsou v grafu na obrázku 4.31.

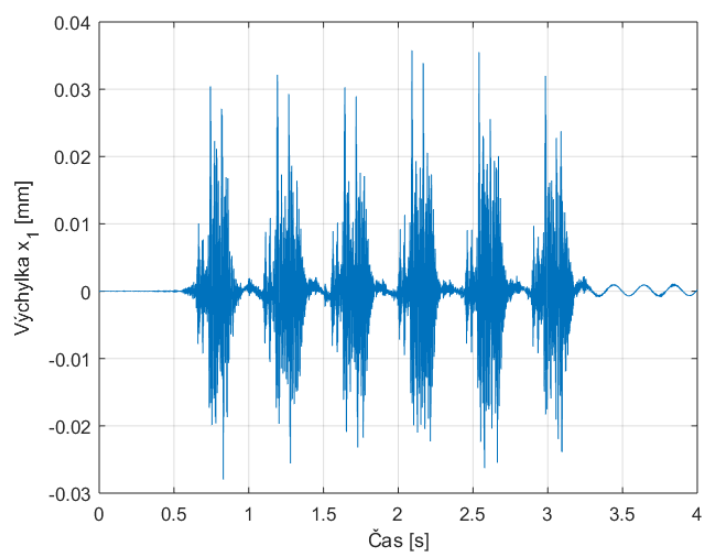
Elektromagnetické tlumení b_e při nejvyšší hodnotě elektrické energie E s buzením Vib_c bylo $b_e = 270 \text{ kg s}^{-1}$.



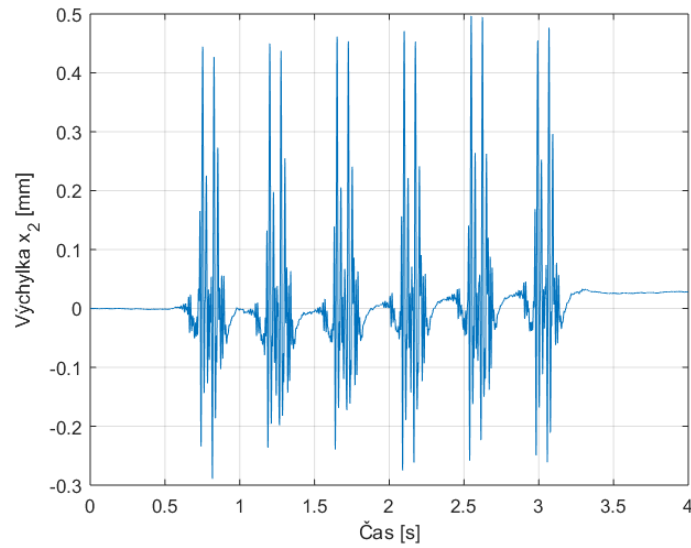
Obrázek 4.31: Data naměřených vibrací Vib_c



Obrázek 4.32: Závislost elektrické energie na elektromagnetickém tlumení při druhé rezonanční frekvenci $f_2 = 11,1\text{Hz}$ s buzením Vib_c



Obrázek 4.33: Odezva na buzení Vib_c při $b_e = 270\text{kg s}^{-1}$

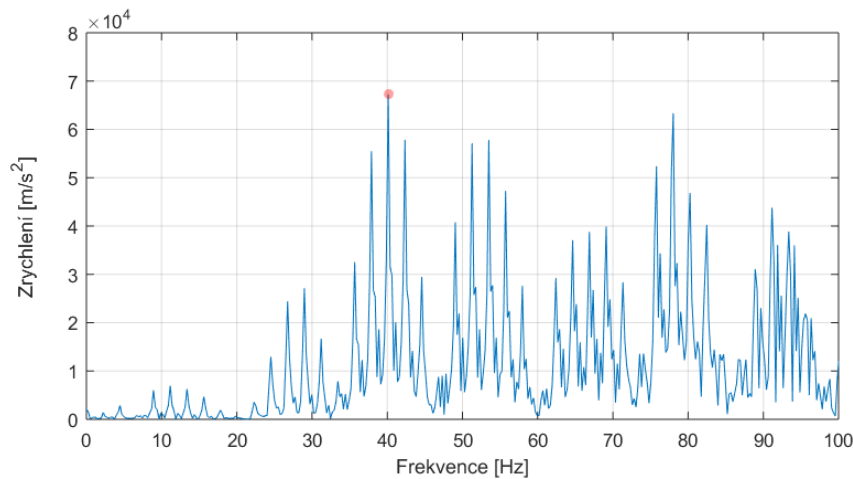


Obrázek 4.34: Odezva na buzení Vib_c
při $b_e = 270 \text{ kg s}^{-1}$

4.3.8. Úprava parametrů při buzení Vib_c

Z frekvenční charakteristiky buzení byly zvoleny rezonanční frekvence f_1 a f_3 . Zde bylo zvoleno $f_1 \cong f_3 = 40,1 \text{ Hz}$. Graf frekvenční charakteristiky tohoto buzení je zobrazen na obrázku 4.35. Hodnoty tlumení a tuhostí se opět stanovily pomocí vztahů 3.4, 4.4, 4.5, 4.7 a 4.6. Hodnoty tuhostí a tlumení byly uspořádány do tabulky 4.6.

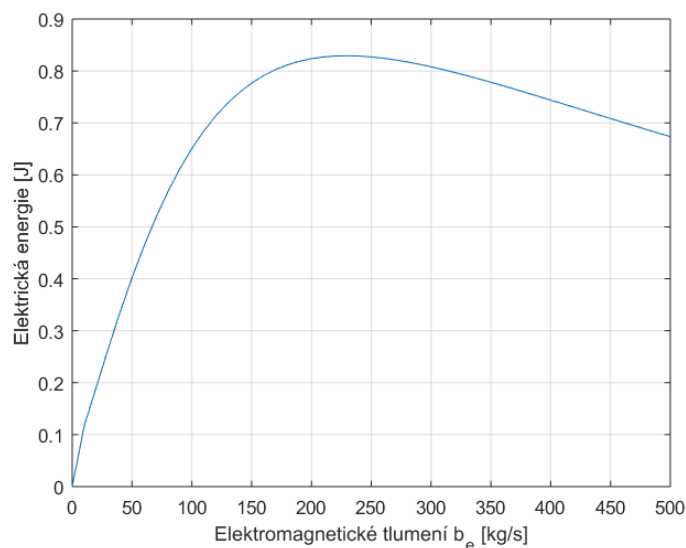
Elektromagnetické tlumení b_e bylo při nejvyšší hodnotě elektrické energie E s buzením Vib_c $b_e = 230 \text{ kg s}^{-1}$.



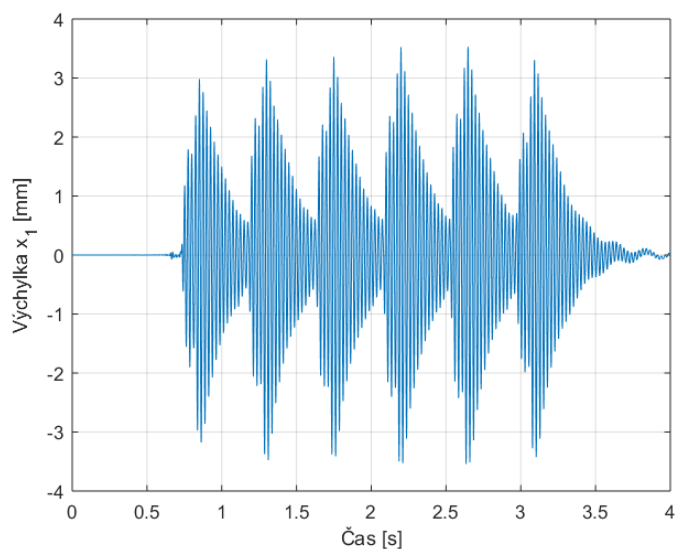
Obrázek 4.35: Frekvenční charakteristika vstupních vibrací Vib_c

Rezonanční frekvence		Tuhosti		Mechanické tlumení	
f_1	40, 1Hz	k_1	29500N m ⁻¹	b_1	5, 00kg s ⁻¹
f_2	11, 1Hz	k_2	2100N m ⁻¹	b_2	0.28kg s ⁻¹
f_3	40, 0Hz	k_3	29500N m ⁻¹	b_3	5, 00kg s ⁻¹
f_4	5, 0Hz	k_4	2100N m ⁻¹	b_4	0.28kg s ⁻¹

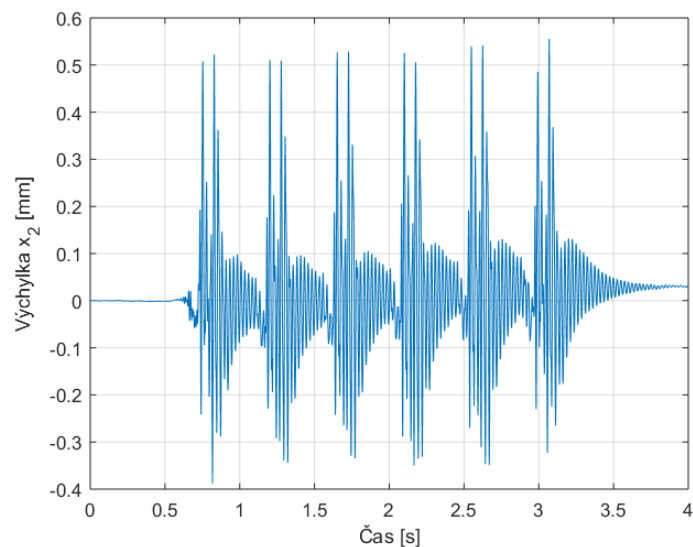
Tabulka 4.6: Stanovené parametry tlumení a tuhosti pro konkrétní rezonanční frekvence s ohledem na frekvenční charakteristiku vibrací **Vib_c**



Obrázek 4.36: Závislost elektrické energie na elektromagnetickém tlumení při rezonančních frekvencích $f_1 \cong f_3 = 40, 1\text{Hz}$ a $f_2 = 11, 1\text{Hz}$ s buzením **Vib_c**



Obrázek 4.37: Odezva na buzení **Vib_c** při $b_e = 230\text{kg s}^{-1}$



Obrázek 4.38: Odezva na buzení Vib_c
při $b_e = 230 \text{ kg s}^{-1}$

4.3.9. Jiná možnost změny parametrů při buzení Vib_c

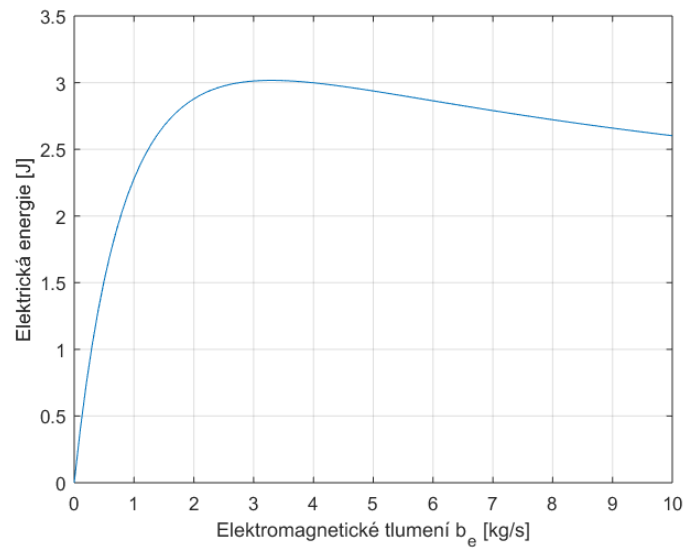
Zde bylo zvoleno $f_2 = 40, 1 \text{ Hz}$. Hodnoty tuhostí a tlumení byly přepočítány a uspořádány do tabulky 4.7.

Elektromagnetické tlumení b_e při nejvyšší hodnotě elektrické energie E s buzením Vib_c bylo $b_e = 3, 3 \text{ kg s}^{-1}$.

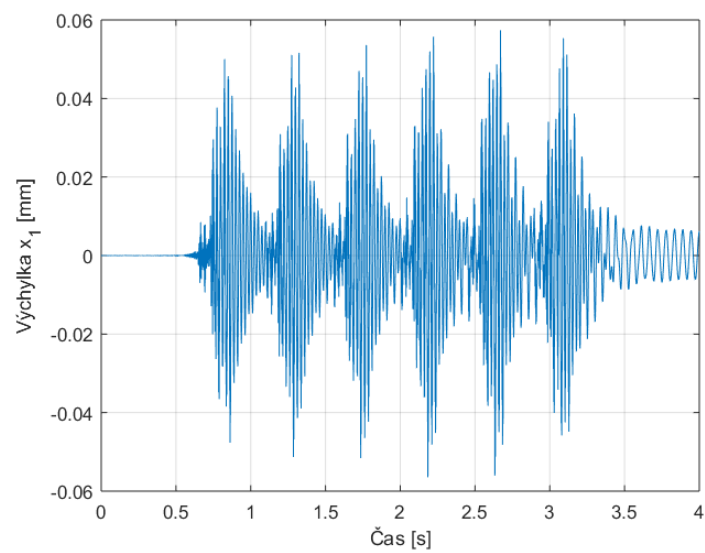
Z grafů na obrázcích 4.40 a 4.41 je patrné, že výchylka x_1 je zde nižší než x_2 .

Rezonanční frekvence		Tuhosti		Mechanické tlumení	
f_1	320, 4Hz	k_1	2000000 N m^{-1}	b_1	$40, 00 \text{ kg s}^{-1}$
f_2	40, 1Hz	k_2	25700 N m^{-1}	b_2	$0, 28 \text{ kg s}^{-1}$
f_3	320, 4Hz	k_3	2000000 N m^{-1}	b_3	$40, 00 \text{ kg s}^{-1}$
f_4	17, 9Hz	k_4	25700 N m^{-1}	b_4	$0, 28 \text{ kg s}^{-1}$

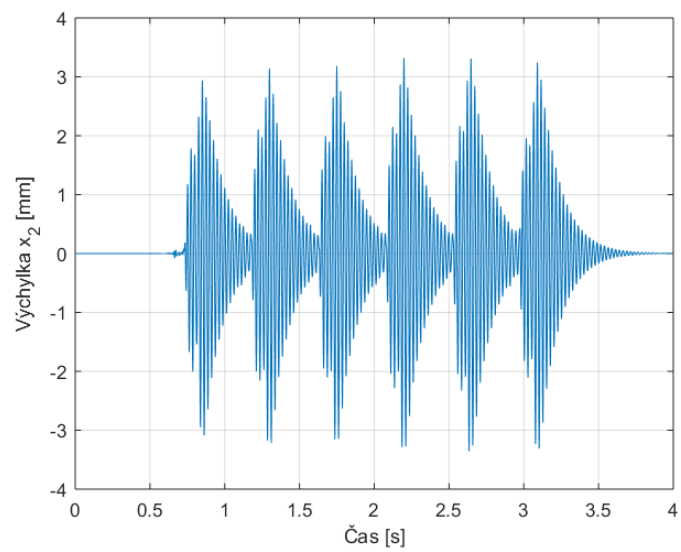
Tabulka 4.7: Stanovené parametry tlumení a tuhosti pro konkrétní rezonanční frekvence s ohledem na frekvenční charakteristiku vibrací Vib_c



Obrázek 4.39: Závislost elektrické energie na elektromagnetickém tlumení při rezonanční frekvenci $f_2 = 40,1\text{Hz}$ s buzením **Vib_c**



Obrázek 4.40: Odezva na buzení **Vib_c** při $b_e = 3,3\text{kg s}^{-1}$



Obrázek 4.41: Odezva na buzení **Vib_c**
při $b_e = 3,3\text{kg s}^{-1}$

5. Závěr

Začátek této práce byl věnován stručnému popisu vibračních generátorů se zaměřením na vibrační generátory s více stupni volnosti. Popsány byly dva piezoelektrické generátory, dva elektromagnetické generátory a jeden vibrační generátor kombinující oba způsoby přeměny mechanické energie na elektrickou. U dvou z těchto generátorů byla výrazná nelinearita zvyšující výkon zařízení. Z popsaných vibračních generátorů bylo patrné, že zvýšením stupňů volnosti se dá rozšířit užitečně frekvenční pásmo a tím dosáhnout zvýšení výkonu.

V další části práce byl zkoumán systém buzený sinusovým signálem. Kromě tuhostí zkoumaného systému byly ostatní parametry ponechány konstantní. Rozdíl výchylek dvou těles při vhodně zvolených tuhostech výrazně převyšoval výchylku samostatně kmitajícího tělesa. Tím bylo docíleno zvýšení výstupního výkonu modelovaného zařízení.

Systém s reálným buzením byl popsán v poslední části práce. Sledovaná výstupní veličina byla elektrická energie získaná integrací výkonu. U tohoto systému byly parametry měněny pro každé buzení zvlášť pro nalezení maximální hodnoty elektrické energie získané odezvou systému na konkrétní buzení. Rezonanční frekvence systému byly zvoleny tak, aby odpovídaly dominantní frekvenci daného buzení. Simulovány byly dvě možnosti změny parametrů. Obě simulace spočívaly v nastavení některých rezonančních frekvencí systému na hodnotu dominantní frekvence buzení a obě ukázaly vyšší generovanou energii než simulace s parametry generátoru. Při druhé rezonanční frekvenci systému odpovídající dominantní frekvenci buzení byla při každém z použitých buzeních elektrická energie vyšší než při první a třetí rezonanční frekvenci odpovídající dominantní frekvenci buzení. Z těchto výsledků vyplývá, že při vyšších rezonančních frekvencích by měl zkoumaný vibrační generátor pracovat lépe.

Možné vylepšení práce by bylo počítání se ztrátami na cívce a přepínacími ztrátami tranzistorů v elektrickém obvodu. To by mohlo vést k přesnějším výsledkům simulací v porovnání s realitou. Výstupní výkon a energie ze simulací je tedy nejspíš o něco vyšší než by reálné zařízení dokázalo vygenerovat.

Literatura

- [1] TANG, Lihua; YANG, Yaowen. A multiple-degree-of-freedom piezoelectric energy harvesting model. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 2012, 23.14: 1631-1647.
- [2] BATRA, Ashok K.; ALOMARI, Almuatasim. *Harvesting via Smart Materials* SPIE Press, 2017.
- [3] XIAO, Han; WANG, Xu; JOHN, Sabu. A multi-degree of freedom piezoelectric vibration energy harvester with piezoelectric elements inserted between two nearby oscillators. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2016, 68: 138-154.
- [4] LI, Xiangyang, et al. Analytical modeling and validation of multi-mode piezoelectric energy harvester. *Mechanical Systems and Signal Processing* , 2019, 124: 613-631.
- [5] WU, Hao, et al. Development of a broadband nonlinear two-degree-of-freedom piezoelectric energy harvester. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 2014, 25.14: 1875-1889.
- [6] LI, Xiangyang, et al. Comparative study of core materials and multi-degree-of-freedom sandwich piezoelectric energy harvester with inner cantilevered beams. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2019, 52.23: 235501.
- [7] PEREZ, M., et al. A two degree-of-freedom linear vibration energy harvester for tram applications. *Mechanical Systems and Signal Processing* , 2020, 140: 106657.
- [8] FAN, Kangqi, et al. A nonlinear two-degree-of-freedom electromagnetic energy harvester for ultra-low frequency vibrations and human body motions. *Renewable energy*, 2019, 138: 292-302.
- [9] TOYABUR, R. M.; KIM, J. W.; PARK, J. Y. A hybrid piezoelectric and electromagnetic energy harvester for scavenging low frequency ambient vibrations. In: *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2018. p. 012051.
- [10] DAYAL, Rohan; DWARI, Suman; PARSA, Leila. A new design for vibration-based electromagnetic energy harvesting systems using coil inductance of microgenerator. *IEEE Transactions on Industry Applications* , 2010, 47.2: 820-830.

6. Seznam použitých zkratek a symbolů

MFC	tzn. <i>en</i> : <i>Macro-fiber composite</i>
PVDF	Polyvinylidifluoretylen
PZT	Zirkoničitan titaničitan olovnatý
\mathbf{M}	Matice hmotnosti [kg]
m	Hmotnost [kg]
\mathbf{K}	Matice tuhosti [kg m^{-1}]
k	Tuhost [kg m^{-1}]
\mathbf{B}	Matice tlumení [kg s^{-1}]
b	Tlumení [kg s^{-1}]
b_e	Elektromagnetické tlumení [kg s^{-1}]
b_r	Poměrný útlum [-]
f	Frekvence [Hz]
\mathbf{X}	Matice polohy [m]
x	Poloha [m]
Ω_0	Vlastní úhlová frekvence [rad s^{-1}]
Ω	Vlastní úhlová frekvence tlumeného kmitání [rad s^{-1}]
u_i	Indukované napětí [V]
N	Počet závitů cívky [-]
Φ	Magnetický indukční tok [Wb]
t	čas [s]
K_e	Elektromechanická konstanta [-]
R	Elektrický odpor [Ω]
t	čas [s]
P_e	Elektrický výkon [W]
E	Elektrická energie [J]
F_e	Síla způsobená elektromagnetickým tlumením [N]

I	Moment setrvačnosti [kg m ²]
a	Délka [m]
L	Indukčnost [H]
φ	Natočení [rad]
λ_i	Vlastní hodnoty [-]